ANNALES

DE

RADIOÉLECTRICITÉ

GROUPE DE LA COMPAGNIE GÉNÉRALE DE T.S.F.

79, Boulevard Haussmann, 79

PARIS

REVUE TRIMESTRIELLE

TOME XIV. AVRIL 1959. N° 56.

TOME XIV AVRIL 1959 N° 56

ANNALES

DE

RADIOÉLECTRICITÉ

GROUPE DE LA COMPAGNIE GÉNÉRALE DE T. S. F.

COMPAGNIES FRANÇAISES

COMPAGNIE GÉNÉRALE DE TÉLÉGRAPHIE SANS FIL (CSF)
RADIO-FRANCE (RF)
RADIO-ORIENT (RO)
COMPAGNIE RADIO-MARITIME (CRM)
COMPAGNIE D'APPLICATIONS MÉCANIQUES A L'ÉLECTRONIQUE,
AU CINÉMA ET A L'ATOMISTIQUE (CAMECA)
SOCIÉTÉ DE TRAITEMENTS ÉLECTROLYTIQUES ET ÉLECTROTHERMIQUES (STEL)
SOCIÉTÉ FRANÇAISE RADIOÉLECTRIQUE-AFRIQUE (SFRA)
SOCIÉTÉ ANONYME LE CONDENSATEUR CÉRAMIQUE (LCC)
COMPAGNIE INDUSTRIELLE DES MÉTAUX ÉLECTRONIQUES (CIME)
COMPAGNIE INDUSTRIELLE DES CÉRAMIQUES ÉLECTRONIQUES (CICE)

79, Boulevard Haussmann, PARIS

SOMMAIRE

Rédacteur scientifique : M. Jean BERNIER

Abonnements : France : 3.500 F — Étranger : 5.000 F — Le numéro : 1.500 F.

Prière d'adresser toute correspondance à la Compagnie Générale de T. S. F.,
Centre d'Information et de Documentation, 101, Boulevard Murat, Paris (16e).

PROPAGATION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES DANS LES PLASMAS COMPLÈTEMENT IONISÉS RÉSISTIFS [1]

PAR J. M. DOLIQUE,

Centre de Physique Électronique et Corpusculaire de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Après avoir rappelé quelques généralités sur les plasmas complètement ionisés et leurs différentes descriptions mathématiques, l'auteur établit dans une première partie les équations fondamentales du couplage champ-plasma par la méthode la plus élémentaire : celle de l'équation de transport. Il s'est efforcé de cerner précisément les hypothèses et les simplifications qu'elles entraînent.*

Les équations fondamentales établies dans cette première partie (sous une forme non encore publiée, à la connaissance de l'auteur), sont appliquées dans la deuxième partie à l'étude des principaux types d'ondes électromagnétiques ($\lambda >$ 1 mm) *susceptibles de se propager dans un plasma complètement ionisé (les ondes hydromagnétiques, qui participent du caractère électromagnétique, sont également examinées).*

L'auteur ne se limite pas au cas très classique (SPITZER : *Physics of ionised gases) d'une conductivité infinie. Les différentes constantes de propagation sont établies pour une conductivité finie. Des représentations graphiques sont utilisées dans le plan (fréquence, résistivité) : elles font le départ, pour chaque type d'onde, entre les domaines qui correspondent à une propagation à amplitude pratiquement constante, et ceux qui correspondent à une atténuation.*

(C. D. U. : 537.562).

SUMMARY. — *Having given some general information on completely ionised plasmas and on their various mathematical descriptions, the author gives in the first part the fundamental field-plasma equations by the most elementary method : that of the transport equation. He has endeavoured to restrict very precisely the hypotheses and the simplifications they bring about. The fundamental equations established in part 1 (in a form not yet published, to the author's knowledge), are then applied in part 2 to the study of the principal types of electromagnetic waves* ($\lambda >$ 1 mm) *capable of being propagated in a completely ionised plasma (hydromagnetic waves, which are of the same character as electromagnetic waves, are also examined). The author does not restrict himself to the classical case (Spitzer : Physics of ionised gases) of infinite conductivity. The various propagation constants are established for an infinite conductivity. Graphical representations are used in the plan (frequency, resistivity) : for each type of wave they constitute the frontier between domains corresponding to propagation at practically constant amplitude, and those correponding to an attenuation.*

(U. D. C. : 537.562).

INHALTSANGABE. — *Nach Erwähnung einiger allgemeinen Angaben über die ganz ionisierten Plasmen und über ihre verschiedenen mathematischen Darstellungen, stellt der Verfasser in einem ersten Teile die Grundgleichungen für die Kopplung Feld-Plasma durch das elementarste Verfahren auf, und zwar mit Hilfe der Transportgleichung. Dabei bleibt er stets bestrebt die Hypothesen und die daraus erwachsenden Vereinfachungen genauest zu umgrenzen.*

Die, in diesem ersten Teile, aufgestellten Grundgleichungen (in einer, zur Kenntnis des Verfassers, noch nicht publizierten Form) werden dann, in einem zweiten Teile, für die Untersuchung der wichtigsten elektromagnetischen Wellen ($\lambda >$ 1 mm) *eingesetzt, die sich in ionisierten Plasmen fortpflanzen können (die hydro-magnetischen Wellen, die eine gewisse*

[1] Manuscrit reçu le 18 décembre 1958.

Ähnlichkeit mit den elektromagnetischen Wellen aufweisen, werden hier ebenfalls untersucht.) Der Verfasser beschränkt sich nicht auf den klassischen Fall eines unendlichen Leitwertes (Spitzer : Physics of ionised gases). Die verschiedenen Fortpflanzungskonstanten werden vielmehr auch für einen endlichen Leitwert aufgestellt. Es werden grafische Darstellungen in der Ebene (Frequenz, spezifischer Widerstand) verwendet; sie geben für die verschiedenen Wellen die Grenzen zwischen den Bereichen für eine Fortpflanzung mit praktisch konstanter Amplitude und mit Dämpfung. (D. K. : 537.562).

PREMIÈRE PARTIE : BASES THÉORIQUES.

INTRODUCTION.

La propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu quelconque, est régie par les équations de Maxwell :

$$\begin{cases} \operatorname{div}\mathbf{B} = 0, \\ \operatorname{rot}\mathbf{E} + \dot{\mathbf{B}} = 0; \end{cases} \qquad \begin{cases} \operatorname{div}\mathbf{D} = \rho, \\ \operatorname{rot}\mathbf{H} - \dot{\mathbf{D}} = \mathbf{J}. \end{cases}$$

Si **E**, **B**; **D**, **H**; ρ, **J** désignent les valeurs *locales* des champs, inductions, densités de charge et de courant (et non les valeurs de champs extérieurs appliqués ou de densités de courant à grande échelle), champs et inductions sont proportionnels dans un référentiel trirectangulaire direct :

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E}, \qquad \mathbf{H} = \nu_0\mathbf{B} = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B} = \varepsilon_0 c^2\mathbf{B}$$

et les équations de Maxwell s'écrivent

$$\begin{cases} \operatorname{div}\mathbf{B} = 0, \\ \operatorname{rot}\mathbf{E} + \dot{\mathbf{B}} = 0; \end{cases} \qquad \begin{cases} \operatorname{div}\mathbf{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}, \\ c^2\operatorname{rot}\mathbf{B} - \dot{\mathbf{E}} = \dfrac{\mathbf{J}}{\varepsilon_0}. \end{cases}$$

Les deux premières expriment une propriété mathématique générale, indépendante du milieu, du champ électromagnétique (**E**, **B**) (il est inmaxwellien). Les deux dernières traduisent le couplage champ-milieu, par l'intermédiaire de ρ et de **J**.

On peut définir une onde électromagnétique à l'aide d'un seul champ, **E** ou **B**. Si l'on adopte **E**, l'équation de propagation, déduite des équations précédentes ([2]), s'écrit

$$\square^2\mathbf{E} = -\frac{1}{\varepsilon_0}\operatorname{grad}\rho - \mu_0\dot{\mathbf{J}}.$$

Comme ρ et **J** sont liés par l'équation de conservation de la charge

$$\dot{\rho} + \operatorname{div}\mathbf{J} = 0,$$

on voit que l'étude de la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu matériel, nécessite d'abord la recherche d'une seconde relation $R(\mathbf{E}, \mathbf{J})$ grâce à laquelle l'élimination de **J** est (au moins théoriquement) possible, ce qui conduit à l'équation de propagation définitive

$$\square^2\mathbf{E} = F(\mathbf{E}).$$

La relation $R(\mathbf{E}, \mathbf{J})$, typique du milieu étudié, se présente le plus souvent sous la forme de q relations $R_i(\mathbf{E}, \mathbf{J}, u_1, \ldots, u_{q-1})$, où les u_j sont des variables dynamiques du milieu.

C'est par l'établissement de ces relations pour les plasmas complètement ionisés que nous commencerons, après avoir rappelé sur ceux-ci les quelques généralités indispensables à l'étude que nous avons en vue.

I. GÉNÉRALITÉS.

1.1. Notations.

Le milieu qui nous intéressera dans cet article (nous donnerons au paragraphe suivant la définition précise du terme plasma) est une assemblée gazeuse d'électrons e (masse $m_e = 9{,}1\times10^{-31}$ kg, charge $-e = -1{,}6\times10^{-19}$ C, densité n_e) et d'ions I^{+Z} (masse m_i, charge $+Ze$, densité n_i), assemblée

---

([2]) Si l'on prend le rotationnel de l'équation de Faraday, on obtient

$$-\operatorname{rot}\dot{\mathbf{B}} = \operatorname{rot}\operatorname{rot}\mathbf{E} = \operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{E} - \nabla^2\mathbf{E}$$

ou, en tenant compte de l'équation de Coulomb,

$$\operatorname{rot}\dot{\mathbf{B}} = \nabla^2\mathbf{E} - \frac{1}{\varepsilon_0}\operatorname{grad}\rho.$$

En portant cette expression dans l'équation d'Ampère dérivé par rapport au temps, il vient

$$c^2\left(\nabla^2\mathbf{E} - \frac{1}{\varepsilon_0}\operatorname{grad}\rho\right) - \ddot{\mathbf{E}} = \frac{\dot{\mathbf{J}}}{\varepsilon_0},$$

d'où

$$\square^2\mathbf{E} = -\frac{1}{\varepsilon_0}\operatorname{grad}\rho - \mu_0\dot{\mathbf{J}}.$$

macroscopiquement neutre à l'équilibre (i.e. en dehors des régions intéressées par l'onde électromagnétique). Les densités n_e et n_i sont donc reliées, à l'équilibre, par

$$n_e = Z n_i.$$

Le terme macroscopique que nous venons d'employer demande évidemment à être précisé. Nous le ferons au paragraphe suivant. La définition même des densités est d'ailleurs, elle aussi, liée à ce choix d'une « cellule élémentaire », de dimension d audessous de laquelle on ne descend pas, pour tout ce qui est qualifié de « macroscopique ».

M désignera la masse volumique

$$M = n_i m_i + n_e m_e,$$

$\mathbf{w}_e$ et $\mathbf{w}_i$ les vitesses individuelles des électrons et des ions. Ces vitesses varient d'une particule à une autre.

1.2. **Choix d'une cellule élémentaire. Notion de plasma.**

Nous serons guidés dans ce choix par la propriété fondamentale du milieu que nous étudions : il est formé de particules chargées électriquement.

Debye et Hückel ont montré que, dans un électrolyte, l'expression

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

devait être abandonnée, les particules de charge opposée à Q faisant écran au champ de Q pour les distances r supérieures à une certaine valeur l_D caractéristique de l'électrolyte. Plus précisément, $V(r)$ est donné par

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\exp\left[-\frac{r}{l_D}\right],$$

avec

$$l_D = \left[\frac{\varepsilon_0 k T}{e^2 \Sigma n_i Z_i^2}\right]^{\frac{1}{2}},$$

n_i désignant la densité en ions de charges Z_i, k la constante de Boltzmann. Le calcul de Debye et Hückel repose sur les deux hypothèses suivantes : les populations ioniques sont maxwelliennes, à une même température T, l'énergie électrique $V(r)Q$ d'un ion est petite devant son énergie cinétique $\frac{3}{2}kT$. Cette deuxième hypothèse limite le champ d'application aux électrolytes dilués.

Dans le cas des gaz ionisés, auxquels la théorie s'étend, la deuxième hypothèse n'est pas aussi restrictive : les gaz denses et complètement ionisés y satisfont au voisinage de l'équilibre thermodynamique, ceux du moins qui appartiennent au domaine (*cf.* 1.6) dans lequel on se placera.

La formule précédente s'écrit pour eux (lorsqu'il n'y a, comme nous l'avons supposé, qu'une seule espèce d'ions positifs I^{+Z} de densité n_i)

$$l_D = \left[\frac{\varepsilon_0 k T}{n_e e^2 (1+Z)}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (n_e = Z n_i),$$

soit, numériquement,

$$l_D = 69\left[\frac{T}{n_e(1+Z)}\right]^{\frac{1}{2}}$$

(dans le système Giorgi, qui sera seul utilisé dans cet article).

Les forces de Coulomb, dont l_D représente la portée pratique sont prédominantes dans le milieu ions-électrons qui nous occupe. La description de celui-ci sera donc radicalement différente selon qu'on étudiera des phénomènes de dimensions géométriques ou beaucoup plus grandes, ou beaucoup plus petites que l_D; l_D marque la frontière entre le macro- et micro-scopique ([3]).

Pour que cette convention ait un intérêt, il faut évidemment que l_D soit très petit par rapport aux dimensions spatiales L caractéristiques des expériences qu'on fait sur le milieu. C'est cette condition

$$l_D \ll L$$

qui définit le *plasma* relativement à une *classe d'expériences* (Langmuir). Dans l'étude de la propagation des ondes électromagnétiques, L sera la longueur d'onde. Nous nous limiterons au domaine hertzien $\lambda \geq 1$ mm. En adoptant, pour fixer les idées, $\frac{1}{100} < 1$, le plasma sera donc défini, dans cette étude, par

$$69\left[\frac{T}{n_e(1+Z)}\right]^{\frac{1}{2}} < 10^{-5}.$$

Un plasma peut contenir, outre des électrons et des ions, des particules neutres N (atomes ou molécules), s'il n'en contient pas ([4]) (ce sera le cas dans cet article), on dit qu'il est complètement ionisé.

([3]) Cette façon d'introduire la longueur de Debye est historiquement, la première (D. et H., 1923). On retrouve la même longueur caractéristique l_D quand on cherche à séparer, dans un plasma, les mouvements erratiques individuels des particules et les oscillations d'ensemble « macroscopiques » (Bohm et Pines, 1952).

([4]) Plus exactement, s'il en contient très peu (*cf.* § 1.6).

Enfin on peut étendre la définition du plasma aux assemblées formées d'électrons et d'un nombre quelconque d'espèces d'ions $I_i^{+Z_i}$ et de particules neutres N_j.

Nous nous limiterons ici aux plasmas complètement ionisés contenant une seule espèce, I^{+Z} d'ions.

1.3. Les collisions dans un plasma complètement ionisé.

1.3.1. Le paramètre d'impact critique. Collisions proches, lointaines. — Les collisions dans un plasma, sont dues aux interactions coulombiennes ([5]). On sait que, dans le référentiel barycentrique (lié au centre de gravité G), une telle collision entre deux particules P_1 (masse m_1, charge Z_1e) et P_2 (masse m_2, charge Z_2e) a l'aspect de la figure 1.

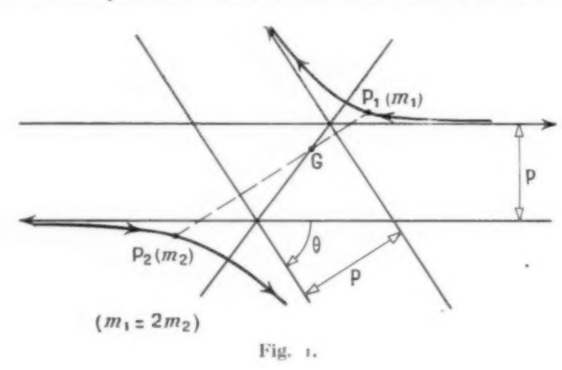


Fig. 1.

Les trajectoires sont deux branches d'hyperboles homothétiques par rapport à G. La distance p entre deux asymptotes homothétiques est appelée « paramètre d'impact » de la collision. L'angle θ de déviation est fonction de p; pour une vitesse relative U non relativiste, on a

$$\operatorname{tg}\frac{\theta}{2} = \frac{(m_1 + m_2) Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_1 m_2 p U^2}.$$

La valeur p_0 de p correspondant à $\theta = \frac{\pi}{2}$ est appelée « paramètre d'impact critique »

$$p_0 = \frac{(m_1 + m_2) Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_1 m_2 U^2};$$

on considère généralement la valeur moyenne p_0, correspondant à des particules P_1 et P_2 appartenant à des populations maxwelliennes de même température T

$$m_1 \overline{w_1^2} = m_2 \overline{w_2^2} = 3kT.$$

Dans le cas d'un choc entre particules identiques (électron-électron, ion-ion), on a

$$m_1 = m_2 = m, \qquad U^2 = 2w^2 = \frac{6kT}{m},$$

$$\bar{p}_0 = \frac{Z^2 e^2}{12\pi\varepsilon_0 kT},$$

la déflexion est de $\theta = \frac{\pi}{2}$ dans le référentiel barycentrique, donc de $\theta_1 = \frac{\pi}{4}$ dans le référentiel du laboratoire.

Dans le cas d'un choc entre un ion et un électron $m_e \ll m_i$, $U \sim w_e$, on a

$$\bar{p}_0 = \frac{Z e^2}{12\pi\varepsilon_0 kT},$$

mais cette fois-ci, pour $p = \bar{p}_0$ la déflexion est de $\theta = \theta_1 = \frac{\pi}{2}$ dans le référentiel du laboratoire comme dans le référentiel barycentrique (ils sont pratiquement confondus). Numériquement,

$$\boxed{\bar{p}_0 = 5,6 \times 10^{-6}\,\frac{Z\ (\text{ou } Z^2)}{T}.}$$

On introduit cette valeur $\bar{p}_0$ correspondant à une déflexion de $\frac{\pi}{2}$ car elle marque la ligne de partage entre deux catégories de collisions :

— les collisions « proches », pour lesquelles la déviation $\theta \geq \frac{\pi}{2}$; elles correspondent à $\bar{p} \leq \bar{p}_0$;

— les collisions « lointaines », qui correspondent à $p > p_0$, $\theta < \frac{\pi}{2}$. Leur effet individuel est le plus souvent faible, voire très faible, mais accumulés ces effets finissent par provoquer des déviations importantes. Ces collisions à grande distance sont de loin les plus nombreuses. Soient, en effet, C_P et C_L les nombres de collisions proches et lointaines subies par une particule du plasma pendant un intervalle de temps suffisamment long. On a

$$\frac{C_P}{C_L} = \frac{\sigma_P}{\sigma_L},$$

σ_P et σ_L désignant les sections efficaces correspondant aux deux types de collisions. σ_L est évidemment égal à πl_D^2 (il y a collision lointaine lorsqu'une deuxième particule pénètre dans la sphère de Debye de la particule-test que nous suivons). Quant à σ_P, c'est la section efficace de Rutherford $\sigma\left(\theta \geq \frac{\pi}{2}\right)$ dans

([5]) Les interactions *transversales* (électromagnétiques) sont tout à fait négligeables devant les interactions *longitudinales* (coulombiennes).

laquelle on impose un angle de déviation θ (dans le référentiel barycentrique) supérieur ou égal à $\frac{\pi}{2}$.

Donc

$$\sigma_p = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{1}{4}\left[\frac{e^2}{(4\pi\varepsilon_0)\,3kT}\right]^2 \frac{2\pi\sin\theta\,d\theta}{\sin^4\frac{\theta}{2}} = \pi\left[\frac{e^2}{(4\pi\varepsilon_0)\,3kT}\right]^2,$$

et, par conséquent,

$$\frac{C_P}{C_L} = \frac{(1+Z)\,n_e e^6}{144\,\pi^2\varepsilon_0^3\,k^3T^3},$$

soit, numériquement,

$$\frac{C_P}{C_L} = 6{,}5 \times 10^{-15}\,\frac{n_e(1+Z)}{T^3}.$$

Exemple :

$$n_e = 10^{19}\,m^{-3}, \qquad Z = 1, \qquad T = 10^{4}\,{}^{\circ}\mathrm{K} :$$

$$\frac{C_P}{C_L} = 1{,}3 \times 10^{-7};$$

pour un plasma plus chaud,

$$T = 10^{8}\,{}^{\circ}\mathrm{K}, \qquad Z = 1, \qquad n_e = 10^{21}\,m^{-3} :$$

$$\frac{C_P}{C_L} = 1{,}3 \times 10^{-17}$$

les collisions proches sont encore beaucoup plus exceptionnelles. Toutefois, comme l'effet de l'une de ces dernières est bien plus important que l'effet d'une collision lointaine, on peut se demander quel type de collision est prépondérant, au point de vue effet cumulé. Pour répondre à cette question il faut connaître l'effet des collisions lointaines : c'est un problème délicat dont nous allons dire quelques mots maintenant.

1.3.2. Fréquences de relaxation. Effets des collisions lointaines. — Dans un gaz froid, classique, les chocs sont des phénomènes discrets, entièrement définis, collisions élastiques binaires. Entre deux chocs, la molécule possède une trajectoire rectiligne, elle est comme libre. La définition de la fréquence de collision, du libre parcours moyen, est évidente.

Dans un plasma complètement ionisé, l'interaction d'une particule avec ses voisines (ce que nous avons appelé choc à longue distance) est continue. La notion de fréquence de collision s'efface devant celle de fréquence de *relaxation*. Considérons un faisceau homocinétique (vitesse $\mathbf{w}$) de particules « test » P (masse m, charge Ze), entrant à l'instant 0, dans une assemblée de particules diffusantes P' (masse m', charge $Z'e$, vitesse $\mathbf{w}'$), *maxwellienne* à une température $T = \frac{mw^2}{3k}$. (Autrement dit, l'énergie cinétique ordonnée des particules du faisceau est égale à l'énergie cinétique moyenne des particules diffusantes).

Envisageons, pour la population des particules P, le caractère

$$\Delta\mathbf{w} = \mathbf{w}(\Delta t) - \mathbf{w},$$

variation de vitesse en Δt secondes à partir de $t = 0$, c'est une variable aléatoire sur (P). On décompose généralement $\Delta\mathbf{w}$ en un vecteur parallèle à $\mathbf{w}$: $\Delta\mathbf{w}_{\parallel}$ et un vecteur perpendiculaire : $\Delta\mathbf{w}_{\perp}$. $\Delta\mathbf{w}_{\parallel}$ et $\Delta\mathbf{w}_{\perp}$ sont deux variables aléatoires sur (P). Chandrasekhar a calculé leurs moments d'ordres 1 et 2. Il a trouvé

$$\overline{\Delta\mathbf{w}_{\parallel}} = E[\Delta\mathbf{w}_{\parallel}] = -\frac{A_D}{w_0'^2}\left(1+\frac{m}{m'}\right)G\left(\frac{w}{w_0'}\right)\frac{\mathbf{w}}{w}\,\Delta t,$$

$$m_2(\Delta\mathbf{w}_{\parallel}) = E[\Delta\mathbf{w}_{\parallel}^2] = \frac{A_D}{w}\,G\left(\frac{w}{w_0'}\right)\Delta t,$$

$$\overline{\Delta\mathbf{w}_{\perp}} = E[\Delta\mathbf{w}_{\perp}] = 0 \quad \text{(ce qui est évident)},$$

$$m_2(\Delta\mathbf{w}_{\perp}) = \text{Variance}\,(\Delta\mathbf{w}_{\perp})$$

$$= E[\Delta\mathbf{w}_{\perp}^2] = \frac{A_D}{w}\,H\left(\frac{w}{w_0'}\right)\Delta t,$$

où w'_0 désigne le mode de la distribution scalaire w' (*cf.* 3.2.1), $G(x)$ la fonction

$$G(x) = \frac{\mathrm{err}(x) - x\,\dfrac{\mathrm{d\,err}(x)}{\mathrm{d}x}}{2x^2}$$

$\left[\mathrm{err}(x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}}\int_{-x}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}\,\mathrm{d}t\right]$, $H(x)$, la fonction

$$H(x) = \mathrm{err}(x) - G(x).$$

Enfin A_D, constante de diffusion, a pour expression

$$A_D = \frac{n'e^4Z^2Z'^2\ln\Lambda}{2\pi\varepsilon_0^2 m^2},$$

où n' désigne la densité des particules diffusantes,

$$\Lambda = \frac{l_D}{p_0}\,2\alpha\,\frac{c}{w'}.$$

c, vitesse de la lumière; α, constante de structure fine; p_0, paramètre d'impact critique moyen; l_D, longueur de Debye [6].

[6] De nombreux auteurs utilisent, pour le calcul de l_D, non la longueur de Debye *globale*

$$l_D = \left[\frac{\varepsilon_0 kT}{n_e e^2(1+Z)}\right]^{\frac{1}{2}} \quad (cf.\ 1.2),$$

mais la longueur de Debye *électronique*

$$l_D = \left[\frac{\varepsilon_0 kT}{n_e e^2}\right]^{\frac{1}{2}}$$

considérant qu'au cours d'une collision, l'effet d'écran des ions n'a pas le temps de s'établir. On trouvera des arguments en faveur de cette façon de voir dans : Delcroix, *Introduction à la théorie des gaz ionisés.*

La fréquence de relaxation ν_D vis-à-vis de la diffusion en vitesse est alors définie par

$$E[\Delta \mathbf{w}_\perp^2] = \nu_D \mathbf{w}^2 \Delta t$$

Si l'on admet que $E[\Delta \mathbf{w}_\perp^2]$ reste constant pendant la diffusion des particules-test, $\frac{1}{\nu_D}$ représente, pour un électron diffusé par des ions ($w = w_e$, $w_i = w'$), le temps au bout duquel, « en moyenne », son vecteur vitesse $\mathbf{w}$, se trouve dévié d'environ $\frac{\pi}{2}$.

Dans les autres cas (électron diffusé par des électrons, ion diffusé par des électrons ou des ions), l'interprétation n'est pas si simple.

On a :

$$\nu_D = \frac{A_D}{w^3} H\left(\frac{w}{w'_0}\right).$$

A partir de $E[\Delta \mathbf{w}_\parallel]$, on peut définir de même une fréquence de relaxation ν_S vis-à-vis du ralentissement longitudinal de P

$$E[\Delta \mathbf{w}_\parallel] = -\nu_S \mathbf{w} \Delta t.$$

Revenons à ν_D et prenons des particules test P animées de la vitesse quadratique moyenne

$$[\overline{w^2}]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{3kT}{m}\right]^{\frac{1}{2}}$$

correspondant à une distribution normale de température T. On a alors

$$\nu_D = \frac{n' e^4 Z^2 Z'^2 \ln \Lambda}{2\pi\varepsilon_0^2 m^{\frac{1}{2}} (3kT)^{\frac{3}{2}}} H\left[\left(\frac{3m'}{2m}\right)^{\frac{1}{2}}\right].$$

Si les particules-test sont les électrons, les particules diffusantes étant les ions, on a, pour $\nu_{D_{ei}}$ (fréquence de diffusion des électrons sur les ions)

$$\nu_{D_{ei}} = \frac{e^4 n_e Z \ln \Lambda}{2\pi\varepsilon_0^2 m_e^{\frac{1}{2}} (3kT)^{\frac{3}{2}}} H\left[\left(\frac{3m_i}{2m_e}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$$

soit numériquement, puisque $H\left[\left(\frac{3m_i}{2m_e}\right)^{\frac{1}{2}} \gg 1\right] \sim 1$,

$$\boxed{\nu_{D_{ei}} = 5,3 \times 10^{-6} \frac{Z n_e \ln \Lambda}{T^{\frac{3}{2}}}.}$$

Les fréquences de relaxation pour la diffusion en vitesse des électrons sur les électrons ($\nu_{D_{ee}}$), des ions sur les ions ($\nu_{D_{ii}}$) et des ions sur les électrons ($\nu_{D_{ie}}$), sont alors données par

$$\nu_{D_{ee}} = \frac{1}{Z} \nu_{D_{ei}} H\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\right] = \frac{0,72}{Z} \nu_{D_{ei}},$$

$$\nu_{D_{ii}} = Z^2 \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{\frac{1}{2}} \nu_{D_{ee}} = 0,72 Z^2 \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{\frac{1}{2}} \nu_{D_{ei}},$$

$$\nu_{D_{ie}} = \nu_{D_{ii}} \frac{Z H\left[\left(\frac{3m_e}{2m_i}\right)^{\frac{1}{2}}\right]}{H\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\right]}$$

$$= \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{\frac{1}{2}} Z \nu_{D_{ei}} H\left[\left(\frac{3m_e}{2m_i}\right)^{\frac{1}{2}}\right] = 0,92 Z \frac{m_e}{m_i} \nu_{D_{ei}},$$

car $H(x) \underset{x \to 0}{\sim} \frac{4x}{3\pi^{\frac{1}{2}}}$.

Application numérique :

(P_1) : $T = 10^8\,°\mathrm{K}$, $n_e = n_i = 10^{21}\,\mathrm{m}^{-3}$;
$\nu_{D_{ei}} = 9 \times 10^4\,\mathrm{Hz}$;

(P_2) : $T = 10^4\,°\mathrm{K}$, $n_e = n_i = 10^{19}\,\mathrm{m}^{-3}$;
$\nu_{D_{ei}} = 4,4 \times 10^8\,\mathrm{Hz}$.

Nous sommes maintenant en mesure de répondre à la question que nous nous étions posée au début de ce paragraphe : les déflexions d'au moins $\frac{\pi}{2}$ sont-elles dues aux exceptionnelles collisions proches ou à l'accumulation des effets des innombrables collisions lointaines ? Quelle est, plus exactement, la part qui revient à chacun des phénomènes ?

Prenons, par exemple, le cas de l'électron diffusé par des ions. Le libre parcours moyen (si l'on peut oser écrire « libre ») correspondant à $\nu_{D_{ei}}$ (trajet au cours duquel l'électron, en moyenne, voit sa vitesse $\mathbf{w}_e$ défléchie d'environ $\frac{\pi}{2}$ à la suite de collisions lointaines avec les ions) est

$$\lambda_{D_{ei}} = \left(\frac{3kT}{m_e}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\nu_{D_{ei}}} = \frac{2\pi\varepsilon_0^2 (3kT)^2}{Z n_e e^4 \ln \Lambda}.$$

Le libre parcours moyen λ_P vis-à-vis des collisions proches est

$$\lambda_P = \frac{1}{n_i \sigma_P} = \frac{(4\pi\varepsilon_0)^2 (3kT)^2}{\pi e^4 n_i},$$

D'où

$$\frac{\lambda_P}{\lambda_{D_{ei}}} = 8 Z^2 \ln \Lambda.$$

Pour tous les plasmas appartenant au domaine que nous considérerons (*cf.* 1.6), $\ln \Lambda$ sera compris

entre 5 et 30. Nous voyons donc que les déflexions d'au moins $\frac{\pi}{2}$ sont dues essentiellement aux collisions *lointaines*. Le fait de pondérer par leurs effets respectifs les deux types de collisions, atténue certes le caractère écrasant de la prépondérance des collisions lointaines. Cette prépondérance demeure cependant, très nette.

1.4. **Les différents types de plasmas**.

Il est commode de distinguer, en vue de leur traitement mathématique, les différents types de plasmas suivants :

1.4.1. Plasmas relativistes ou non. — Pour une distribution maxwellienne (température T) des électrons et des ions, les valeurs frontières de la température sont données par $kT = m_e c^2$ et, $kT = m_i c^2$, soit

$$\boxed{T \sim 6 \times 10^9 \,{}^\circ\mathrm{K}} \qquad \text{pour les électrons ;}$$

$$\boxed{T = 5.5 \times 10^{12} A \,{}^\circ\mathrm{K}} \qquad \text{pour les ions (masse atomique } A\text{).}$$

Dans la recherche sur la fusion contrôlée, les températures intéressantes appartiennent à l'intervalle (10^8, 10^9 °K). On pourra donc y considérer les particules comme non relativistes.

1.4.2. Plasmas quantiques ou non. — La frontière sera ici donnée (toujours pour des distributions maxwelliennes), par

$$kT = W_F \qquad \text{(énergie de Fermi)},$$

soit

$$kT = \frac{h^2}{2m}(3\pi^2 n)^{\frac{2}{3}} \qquad (m_e,\ n_e \text{ ou } m_i,\ n_i)$$

ou

$$\boxed{T \sim 4 \times 10^{-15}\, n_e^{\frac{2}{3}}} \qquad \text{pour les électrons}$$

et

$$\boxed{T \sim 4 \times 10^{-18}\, \frac{n_i^{\frac{2}{3}}}{A}} \qquad \text{pour les ions (masse atomique } A\text{).}$$

Un traitement quantique n'est nécessaire que pour des températures supérieures à ces valeurs seuils. (Pour $W > W_F$, il faut traiter les électrons en fermions, les ions en bosons : spin entier, ou en fermions : spin demi-entier. Pour $W < W_F$ les deux populations sont boltzmanniennes.)

1.4.3. Plasmas individuels, collectifs. — Les différentes classes de plasmas que nous avons distinguées ci-dessus correspondent aux différents traitements mathématiques qui leur sont appropriés, plutôt qu'à des différences fondamentales de comportement physique. Il n'en va pas de même pour la distinction entre plasmas « individuels » et « collectifs », qui est introduite par la comparaison des paramètres δ, l_D, $\overline{p}_0$, $\lambda_{D_{ei}}$ précédemment définis.

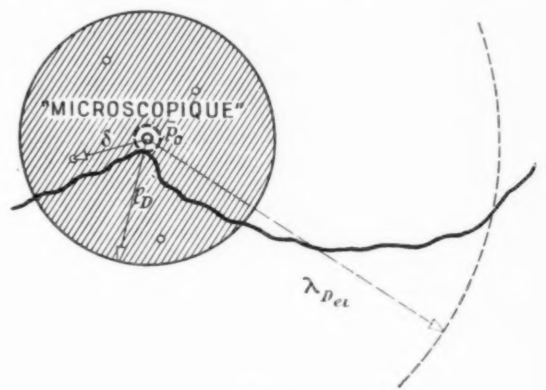


Fig. 2.

Tant qu'on se limite aux distributions maxwelliennes, il est commode de représenter l'état d'un plasma par un point du plan (n_e, T), ou mieux (log n_e, log T). L'emploi de cette représentation graphique ramène la comparaison des quatre paramètres δ, l_D, $\overline{p}_0$, $\lambda_{D_{ei}}$ à l'étude des positions relatives des $\binom{4}{2} = 6$ courbes représentant l'égalité de deux de ces paramètres (J. L. Delcroix). Ces six courbes sont six droites parallèles de pentes $\frac{3}{2}$ rapprochées. Il apparaît ainsi nettement dans le plan (log n_e, log T) deux régions :

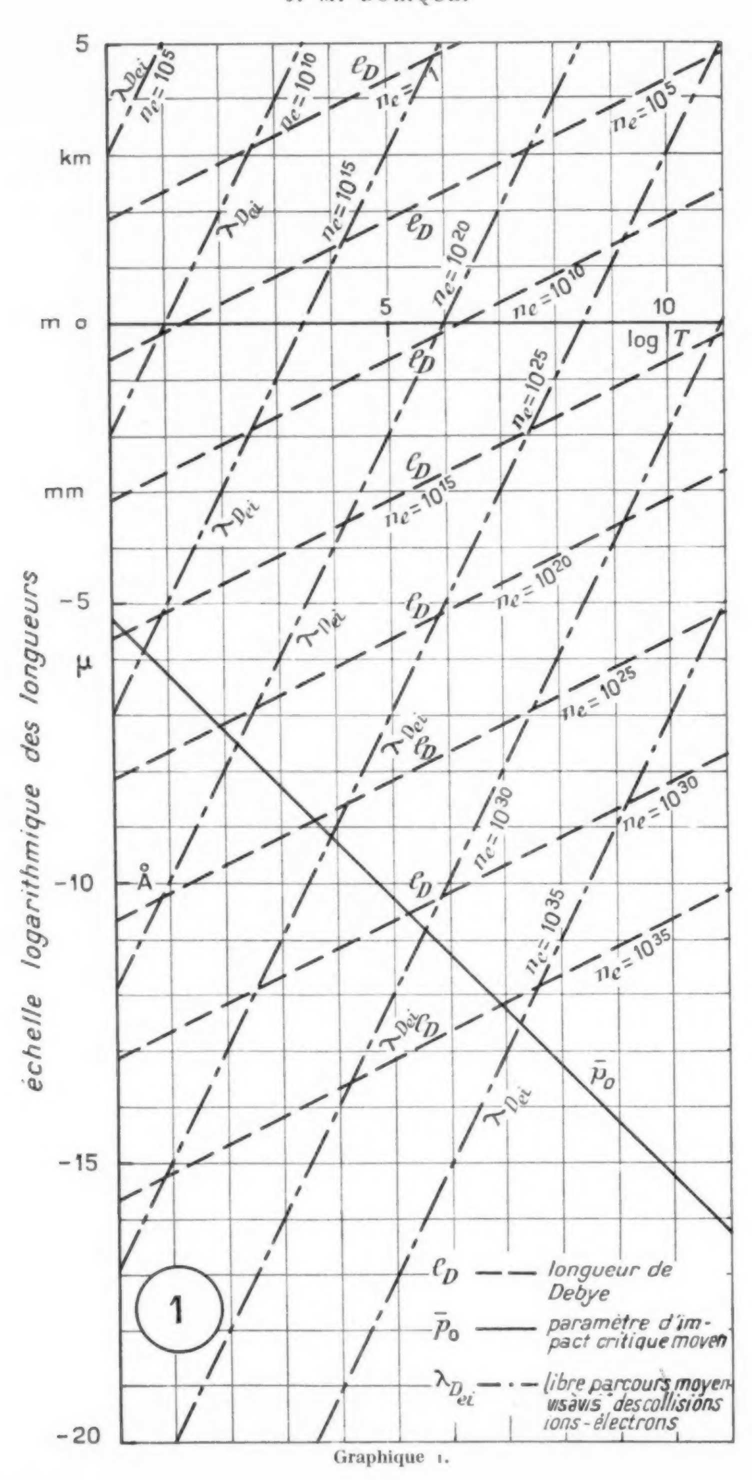
— une région 1 dans laquelle

$$p_0 < \delta < l_D < \lambda_{D_{ei}} ;$$

— une région 2 dans laquelle

$$\lambda_{D_{ei}} < l_D < \delta < p_0.$$

Région 1 : $\overline{p}_0 < \delta$. — Le paramètre d'impact critique est très petit par rapport à la distance moyenne entre particules : les chocs sont véritablement binaires entre deux particules individuellement discernables. D'où le nom de plasmas *individuels* donnés aux plasmas de cette région.

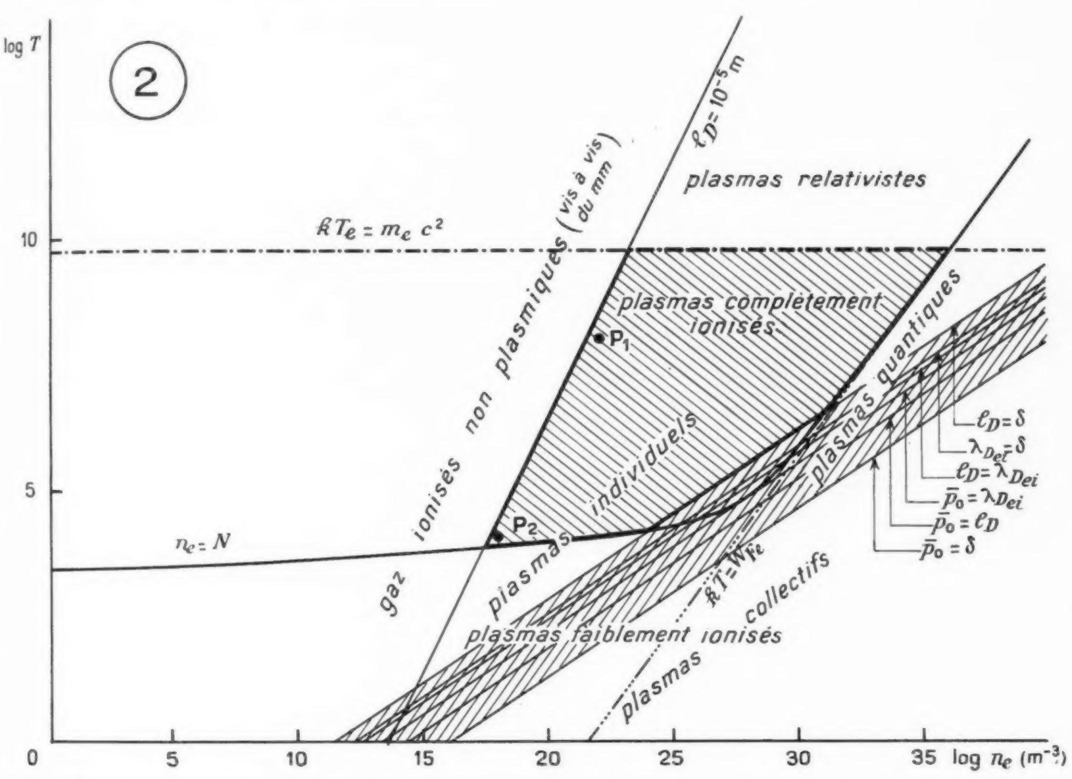

échelle logarithmique des longueurs
5
km
m o
mm
-5
μ
-10
Å
-15
-20
5
10
log T
ℓ_D longueur de Debye
$\bar{p}_o$ paramètre d'impact critique moyen
$\lambda_{D_{ei}}$ libre parcours moyen vis-à-vis des collisions ions-électrons
1

Graphique 1.

$l_D \ll \lambda_{D_{ei}}$: Les collisions strictes sont des phénomènes « macroscopiques ».

Région 2 : $\delta < \overline{p}_0$. — La notion de choc binaire s'efface devant celle de diffusion multiple.

$\lambda_{D_{ei}} \ll l_D$: Les collisions strictes sont des phénomènes « microscopiques ». Les particules ne sont plus individuellement discernables à l'échelle macroscopique. Les plasmas de cette région sont dits *collectifs*.



Graphique 2.

Les plasmas qu'on rencontre dans la recherche sur la fusion contrôlée sont du type individuels, ni quantiques, ni relativistes. C'est à eux que nous nous limiterons désormais.

1.5. Domaine de validité de l'hypothèse de l'ionisation complète.

Supposons le plasma en équilibre thermodynamique. A partir de quelle température l'ionisation peut-elle être considérée comme complète ? Nous postulerons que la température est déjà suffisamment élevée pour qu'on n'ait plus en présence que des atomes neutres (densité N), des électrons (n_e) et des ions (n_i).

La formule de Saha s'écrit

$$\frac{n_e n_i}{N} = \frac{n_e^2}{ZN} = \frac{2 g_i}{G}\left(\frac{2\pi m_e k T}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{W_i}{kT}}$$

(W_i, énergie d'ionisation atome neutre $\rightarrow$ ion ; G et g_i, poids statistiques des états fondamentaux de l'atome et de l'ion).

Soit, en remplaçant les constantes par leurs valeurs numériques :

$$\frac{n_e^2}{ZN} = \frac{2 g_i}{G} 2,4 \times 10^{21} T^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{W_i}{1,38 \times 10^{-23} T}}.$$

Pour fixer les idées envisageons le cas de l'équilibre

$$H \rightleftharpoons H^+ + e^- ;$$

$$\frac{2 g_i}{G} = 1, \qquad W_i = 13,5 \text{ eV}.$$

D'où

$$\boxed{\frac{n_e^2}{N} = 2,3 \times 10^{21}\, T^{\frac{3}{2}}\, e^{-\frac{15\,700}{T}}}.$$

D'après cette formule, l'ionisation complète n'est obtenue que pour T infini. Nous adopterons comme valeur frontière pratique

$$\frac{n_e}{N} = 1.$$

La courbe correspondante dans le plan ($\log n_e$, $\log T$) a pour équation

$$\log n_e = 21,4 + \frac{3}{2} \log T - \frac{68\,200}{10^{\log T}}.$$

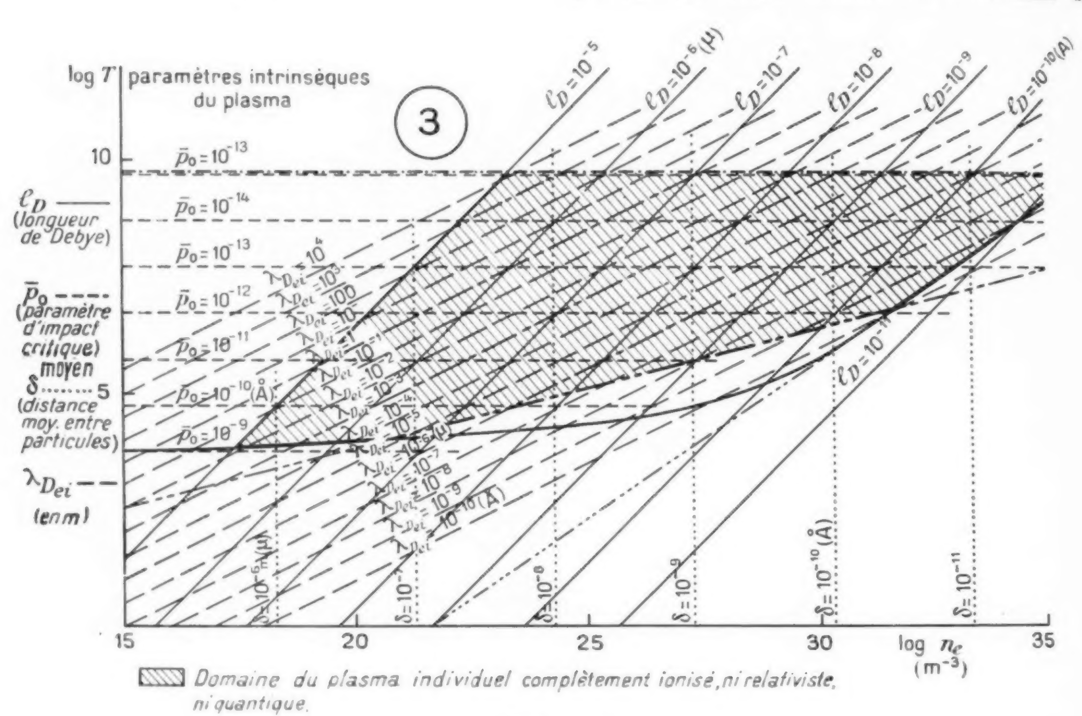
On pourra admettre que, pour un état représenté par un point situé au-dessus de cette courbe, l'ionisation est pratiquement complète (on est en coordonnées bilogarithmiques !).

1.6. **Quelques graphiques.**

Les graphiques ci-joints résument les résultats numériques précédents (pour un plasma de deutons).

1. Variations avec la température des trois paramètres l_D (longueur de Debye), $\bar{p}_0$, (paramètre d'impact critique moyen), $\lambda_{D_{ei}}$ (libre parcours moyen vis-à-vis des collisions électron-ion).

2. Délimitation, dans le plan ($\log n_e$, $\log T$) du domaine du plasma complètement ionisé ($n_e = N$), individuel (faisceau de droites parallèles rapprochées), non relativiste (droite $kT_e = W_{0e} = m_e c^2$), non quantique (droite $k\,T_e = W_{F_e}$). La droite $l_D = 10^{-3}$ m limite, du côté des faibles densités n_e, le domaine du



Graphique 3.

plasma, relativement aux longueurs d'ondes millimétriques.

C'est à ce domaine que nous limiterons l'étude de la propagation des ondes électromagnétiques $\lambda \geq 1$ mm. Il est inscrit dans le rectangle

$$10^{17} < n_e < 10^{36}\,\text{m}^{-3}, \qquad 10^{4} < T < 10^{10}\,{}^{\circ}\text{K}.$$

3. Courbes iso-l_D, iso-$\bar{p}_0$, iso-δ, iso-$\lambda_{D_{ei}}$ dans le plan ($\log n_e$, $\log T$).

Pour les applications numériques, dans la deuxième partie, nous prendrons comme exemples, deux plasmas deutoniques ($I^{+Z} = {}^2_1H^+$) types, P_1 et P_2, correspondant, l'un (P_1) à des conditions (non encore réalisées) de fusion thermonucléaire : $T = 10^8$ °K, $n_i = n_e = 10^{21}$ m^{-3}, l'autre (P_2) à des conditions

couramment rencontrées dans les expériences de décharges dans les gaz : $T = 10^{4}$ °K, $n_i = n_e = 10^{19}\,\text{m}^{-3}$. Leurs points représentatifs sont indiqués sur le graphique 2.

1.7. Le plasma hors d'équilibre thermodynamique.

Les quelques propriétés du plasma complètement ionisé que nous venons d'étudier se rapportaient à un plasma en équilibre thermodynamique : les populations d'ions et d'électrons y étaient *maxwelliennes* (7), à une même température T. Le plasma, alors homogène et isotrope, était entièrement défini par les deux paramètres : T (température) et n_e (densité électronique), la neutralité électrique imposant $n_i = \frac{n_e}{Z}$.

Lorsqu'une onde électromagnétique se propage, il n'y a plus ni homogénéité, ni isotropie. La description du plasma n'est plus aussi simple. Nous allons passer en revue, dans le paragraphe 2, les différentes descriptions utilisées, en nous limitant aux plasmas individuels, ni quantiques, ni relativistes.

2. DIFFÉRENTES DESCRIPTIONS D'UN PLASMA HORS D'ÉQUILIBRE THERMODYNAMIQUE

2.1. Description microscopique.

On s'intéresse au mouvement d'une particule individuelle P. Il est défini par la fonction $\mathbf{P}(t)$, solution de l'équation

$$m\ddot{\mathbf{P}}(t) = \mathbf{F}.$$

2.1.1. Équation de Lorentz. — Si les chocs peuvent être négligés, $\mathbf{F}$ est la force de Lorentz $Q\left[\mathbf{E} + \dot{\mathbf{P}}(t) \wedge \mathbf{B}\right]$ et P est une particule *réelle*. On pourra étudier de la sorte le mouvement d'un électron dans un gaz faiblement ionisé, soumis à des champs extérieurs de fréquence $\ll$ fréquence des collisions électron-molécule (approximation dite du « gaz d'électrons libres »).

2.1.2. Équation de Langevin. — Si les chocs ne peuvent être négligés on introduit une force stochastique $m\,\mathbf{A}(t)$

$$m\ddot{\mathbf{P}}(t) = Q\left[\mathbf{E} + \dot{\mathbf{P}}(t) \wedge \mathbf{B}\right] + m\mathbf{A}(t).$$

P est alors une particule *moyenne*. Le comportement de cette particule moyenne théorique est-il celui du paquet de particules réelles appartenant à un petit pavé centré sur $\mathbf{P}$? Oui, si la force stochastique est petite devant la force extérieure appliquée. On pourra donc étudier par cette méthode le mouvement des électrons ou des ions dans un gaz faiblement ionisé soumis à des champs extérieurs de fréquence quelconque. Encore faut-il qu'on ait affaire à des populations microcanoniques d'ions et d'électrons à des niveaux connus d'énergie. Si ces populations possèdent des distributions d'énergie, il est nécessaire d'utiliser l'équation statistique de Boltzmann que nous allons examiner maintenant.

2.2. Description macroscopique.

2.2.1. Densité en phase, équation de Liouville. — L'état d'une assemblée de N particules identiques (nous verrons plus loin comment se traite le cas d'une assemblée comprenant plusieurs types de particules) est entièrement défini statistiquement par la donnée, dans l'espace des phases ${}_jq^i$, ${}_jw^i$ ($= 1, 2, 3$; $j = 1, 2, \ldots, N$) à $6N$ dimensions ($3N$ d'espace ${}_jq^i$, $3N$ de vitesses ${}_jw^i$, ou de moments ${}_jp_i$), de la fonction de distribution $D({}_jq^i, {}_jw^i, t)$

$$\mathrm{d}^{6N}p_0 = D\,\mathrm{d}^{3N}q \wedge \mathrm{d}^{3N}w$$

$$(\mathrm{d}^{3N}q = \mathrm{d}_1q^1 \wedge \mathrm{d}_1q^2 \wedge \mathrm{d}_1q^3 \wedge \ldots \wedge \mathrm{d}_Nq^1 \wedge \mathrm{d}_Nq^2 \wedge \mathrm{d}_Nq^3)$$

est la probabilité qu'a le point $M({}_jq^i, {}_jw^i)$, représentatif de l'état de l'assemblée, d'appartenir au pavé $\mathrm{d}^{3N}q \wedge \mathrm{d}^{3N}w$ centré sur le point $M_0({}_jq^i_0, {}_jw^i_0)$.

Pour pouvoir décrire l'évolution dans le temps de l'assemblée, il faut disposer d'une équation d'évolution pour D. Celle-ci, très simple, pour un système descriptible par un hamiltonien H, est fournie par le théorème de Liouville : D est constant dans le temps $\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t} = 0$, ou, en introduisant H,

$$\boxed{\frac{\partial D}{\partial t} + [D, H] = 0} \qquad \text{(crochets de Poisson).}$$

Si chaque particule P_j de l'assemblée est soumise à une force extérieure ${}_j\mathbf{X}$ et à des forces d'interaction ${}_{jk}\mathbf{X}$ avec les autres particules, fonctions des seules distances d_{jk} (8), l'équation précédente s'écrit

$$\boxed{\left[\partial_t + {}_jw^k\partial^j_k + \frac{1}{m}\left({}_jX_k + \sum_k {}_{jk}X_k\right)\partial^{kj}\right]D = 0}$$

$\left(\partial_t = \frac{\partial}{\partial t},\ \partial^j_k = \frac{\partial}{\partial_j q^k},\ \partial^{kj} = \frac{\partial}{\partial_j w_k},\right.$ convention d'Einstein de sommation$\left.\right)$.

(7) La définition d'une population maxwellienne sera rappelée plus loin (§ 3.2.1).

(8) Les interactions de Coulomb, dans un plasma, sont de ce type.

L'équation de Liouville est une équation aux dérivées partielles portant sur une fonction D de $6N+1$ variables. Elle décrit rigoureusement l'évolution de l'assemblée.

2.2.2. Densité simple, équation de Boltzmann. — Rigoureuse, mais portant sur une fonction inconnue à un nombre très élevé de variables, l'équation de Liouville n'est que très exceptionnellement utilisable. On lui préfère généralement une équation d'évolution moins riche (donnant moins d'information sur l'évolution de l'assemblée), mais portant sur une fonction inconnue à $6+1=7$ variables seulement, la *densité simple* $f_1({}_1q^\lambda, {}_1w^\lambda, t)$.

Rappelons la définition des différentes densités :

Densité simple :

$$f_1({}_1q^\lambda, {}_1w^\lambda, t)\, d^3{}_1q \wedge d^3{}_1w$$

est le nombre de particules se trouvant à l'instant t dans le pavé $d^3{}_1q \wedge d^3{}_1w$ centré sur le point $({}_1q^\lambda, {}_1w^\lambda)$ de l'espace des phases q^λ, w^λ à six dimensions;

$$f_1({}_1q^\lambda, {}_1w^\lambda, t) = N \int D\, d^3{}_2q \wedge \ldots \wedge d^3{}_Nq \wedge d^3{}_2w \wedge \ldots \wedge d^3{}_Nw$$

— densité double :

$$f_{12}({}_1q^\lambda, {}_2q^\lambda, {}_1w^\lambda, {}_2w^\lambda, t)\, d^3{}_1q \wedge d^3{}_2q \wedge d^3{}_1w \wedge d^3{}_2w$$

est le nombre de couples de particules appartenant à l'instant t, l'une au pavé $d^3{}_1q \wedge d^3{}_1w$ centré sur le point $({}_1q^\lambda, {}_1w^\lambda)$, l'autre au pavé $d^3{}_2q \wedge d^3{}_2w$ centré sur le point $({}_2q^\lambda, {}_2w^\lambda)$;

$$f_{12}({}_1q^\lambda, {}_2q^\lambda, {}_1w^\lambda, {}_2w^\lambda, t) = N(N-1) \int D\, d^3{}_3q \wedge \ldots \wedge d^3{}_Nq \wedge d^3{}_3w \wedge \ldots \wedge d^3{}_Nw$$

— Densité d'ordre r :

$$f_{12\ldots r}({}_1q^\lambda, {}_2q^\lambda, \ldots, {}_rq^\lambda, {}_1w^\lambda, {}_2w^\lambda, \ldots, {}_rw^\lambda, t) \times d^3{}_1q \wedge d^3{}_2q \wedge \ldots \wedge d^3{}_rq \wedge d^3{}_1w \wedge d^3{}_2w \wedge \ldots \wedge d^3{}_rw$$

est le nombre de multiplets d'ordre q de particules dont l'une appartient au pavé $d^3{}_1q \wedge d^3{}_1w$ centré sur le point $({}_1q^\lambda, {}_1w^\lambda)$, une autre au pavé $d^3{}_2q \wedge d^3{}_2w$ centré sur le point $({}_2q^\lambda, {}_2w^\lambda)$, ..., une enfin au pavé $d^3{}_rq \wedge d^3{}_rw$ centré sur le point $({}_rq^\lambda, {}_rw^\lambda)$;

$$f_{12\ldots r}({}_1q^\lambda, {}_2q^\lambda, \ldots, {}_rq^\lambda, {}_1w^\lambda, {}_2w^\lambda, \ldots, {}_rw^\lambda, t) = N(N-1)\ldots(N-r+1) \int D\, d^3{}_{r+1}q \wedge d^3{}_{r+2}q \wedge \ldots \wedge d^3{}_Nq \wedge d^3{}_{r+1}w \wedge d^3{}_{r+2}w \wedge \ldots \wedge d^3{}_Nw.$$

On obtient l'équation d'évolution de f_1 en multipliant l'équation de Liouville par

$$N\, d^3{}_2q \wedge \ldots \wedge d^3{}_Nq \wedge d^3{}_2w \wedge \ldots \wedge d^3{}_Nw$$

et en intégrant sur la partie correspondante du $6N$-espace des phases. Il vient

$$\left[\partial_t + {}_1w^\lambda \partial^1_\lambda + \frac{1}{m}\, {}_1\Gamma_\lambda \partial^{\lambda 1}\right] f_1 = -\int \frac{1}{m}\, {}_{12}\Gamma_\lambda \partial^{\lambda 1} f_{12}\, d^3{}_2q \wedge d^3{}_2w.$$

Par un procédé analogue, on obtient les équations d'évolution des différentes densités

$$\left\{\partial_t + {}_1w^\lambda \partial^1_\lambda + {}_2w^\lambda \partial^2_\lambda + \frac{1}{m}\left[({}_1\Gamma_\lambda + {}_{12}\Gamma_\lambda)\partial^{\lambda 1} + ({}_2\Gamma_\lambda + {}_{21}\Gamma_\lambda)\partial^{\lambda 2}\right]\right\} f_{12} = -\int \frac{1}{m}\left[{}_{13}\Gamma_\lambda \partial^{\lambda 1} + {}_{23}\Gamma_\lambda \partial^{\lambda 2}\right] f_{123}\, d^3{}_3q \wedge d^3{}_3w,$$

$$\left\{\partial_t + {}_kw^\lambda \partial^k_\lambda + \frac{1}{m}\left[{}_k\Gamma_\lambda + \sum_{l \neq k} {}_{kl}\Gamma_\lambda\right]\partial^{\lambda k}\right\} f_{12\ldots r} = -\int \frac{1}{m}\, {}_{k,r+1}\Gamma_\lambda \partial^{\lambda k} f_{12\ldots r+1}\, d^3{}_{r+1}q \wedge d^3{}_{r+1}w$$

$$(k = 1, 2, \ldots, r).$$

La résolution du système des N équations d'évolution de f_1, f_{12}, ..., $f_{12\ldots N}$ fournit autant d'information sur l'évolution de l'assemblée que la résolution de l'équation de Liouville, mais elle est aussi compliquée. Aussi se contente-t-on d'étudier le plus souvent la première de ces équations, qu'on écrit sous la forme

$$\boxed{\frac{\mathcal{D}}{\mathcal{D}t} f \equiv \left[\partial_t + w^\lambda \partial_\lambda + \frac{\Gamma_\lambda}{m}\partial^\lambda\right] f = J(f)}$$

en laissant l'indice 1 et en posant

$$J(f) = -\int \frac{{}_{12}\Gamma_\lambda}{m}\partial^{\lambda 1} f_{12}\, d^3{}_2q \wedge d^3{}_2w.$$

C'est *l'équation de Boltzmann*; moins riche que l'équation de Liouville, elle porte sur une fonction f de sept variables q^λ, w^λ, t, et semble donc plus simple. Notons toutefois que sa résolution rigoureuse nécessite le calcul préalable du terme $J(f)$, terme « de collisions », qui est une intégrale en f_{12} dont la connaissance ne peut découler que de la résolution de l'équation d'évolution de f_{12}. On voit ainsi que, de proche en proche, on serait amené, pour résoudre en toute rigueur l'équation de Boltzmann, à résoudre le système des N équations d'évolutions ci-dessus : on n'aurait pas avancé sur le chemin de la simplicité.

Pour évaluer $J(f)$ sans avoir à résoudre le système complet, on introduit des hypothèses simplificatrices. Deux méthodes sont utilisées, basées sur des groupes distincts d'hypothèses et correspondant

à des situations physiques très différentes : la méthode de Boltzmann et celle de Fokker-Planck. Une troisième méthode enfin, plus grossière, permet d'éviter le calcul de $J(f)$ et même, grâce à un passage à des valeurs moyennes, de se débarrasser de la densité f elle-même; elle a pour point de départ l'équation de transport.

Avant de dire un mot de chacune de ces méthodes, examinons comment l'équation de Boltzmann s'étend aux assemblées comprenant plusieurs types de particules, par exemple (c'est le cas qui nous intéresse) deux types : ions et électrons. Il faut introduire deux densités f_i et f_e ionique et électronique. On a alors deux équations de Boltzmann

$$\left[\partial_t + w^i\,\partial_i + \frac{{}_i\mathbf{Y}_i}{m_i}\,\partial^{i}\right] f_i = J_{ii}(f_i) + J_{ie}(f_i),$$

$$\left[\partial_t + w^i\,\partial_i + \frac{{}_e\mathbf{Y}_i}{m_e}\,\partial^{i}\right] f_e = J_{ee}(f_e) + J_{ei}(f_e),$$

avec

$$J_{ii}(f_i) = -\int \frac{1}{m_i}\,{}_{i_1 i_2}\mathbf{Y}_i\,\partial^{i_1} f_{i_1 i_2}\,\mathrm{d}^3{}_2q \wedge \mathrm{d}^3{}_2w.$$

et des expressions analogues pour J_{ie}, J_{ee}, J_{ei}.

Nous avons déduit ici l'équation de Boltzmann de celle de Liouville, ce qui nous a permis de préciser le terme $J(f)$. Souvent on considère l'équation de Boltzmann comme exprimant simplement un *bilan*. Son extension est alors beaucoup plus considérable que celle de l'équation de Liouville. (Cette façon de voir est familière aux neutroniciens.)

2.2.3. Opérateur de collision : expression de Boltzmann. — Dans la méthode de Boltzmann on suppose :

— que les chocs sont binaires; ceci permet de supprimer le second membre de l'équation d'évolution de f_{12} (si $\mathbf{X}_{12} \neq 0$, $\mathbf{X}_{13}$ et $\mathbf{X}_{23}$ sont nuls);

— que les forces d'interaction sont à faible portée (ou, pour une portée donnée d'interaction, que la densité est suffisamment faible;

— qu'on avait localement, avant le choc « chaos particulaire », c'est-à-dire que $f_{12} = f_1 f_2$ (probabilité composée);

— que du point de vue des densités $f(\mathbf{r}, \mathbf{w}, t)$ le choc se passe uniquement dans l'espace des vitesses $\mathbf{w}$. (Ceci n'est vrai, en toute rigueur que pour les chocs entre particules du type « boule de billard ».)

On a alors, pour l'opérateur de collision entre particules des types a et b;

$$\boxed{J_{ab}(f_a) = \int (f'_a f'_b - f_a f_b)\,U\,p\,\mathrm{d}p \wedge \mathrm{d}\psi \wedge \mathrm{d}^3{}_b w.}$$

$f'_a(\mathbf{r}, {}_a\mathbf{w}', t)$, $f'_b(\mathbf{r}, {}_b\mathbf{w}', t)$ sont les densités de particules a et b, au point $\mathbf{r}$ (q^1, q^2, q^3), à l'instant t du choc, après celui-ci (supposé infiniment bref), $f_a(\mathbf{r}, {}_a\mathbf{w}, t)$, $f_b(\mathbf{r}, {}_b\mathbf{w}, t)$, les mêmes densités, juste avant le choc; ${}_a\mathbf{w}$ est fixe, ce qu'on fait varier c'est ${}_b\mathbf{w}$ et les paramètres p et ψ qui définissent la géométrie du choc de la façon suivante : pour un ${}_b\mathbf{w}$ provisoirement fixé (on n'intégrera qu'ensuite sur ${}_b\mathbf{w}$) on considère le plan Π_a passant par la particule a et perpendiculaire à $\mathbf{U} = {}_b\mathbf{w} - {}_a\mathbf{w}$ (vitesse relative avant le choc). Avant le choc la particule b décrivait une droite Δ_b perpendiculaire à Π_a. Les différents chocs possibles (pour un $\mathbf{U}$ donné) sont définis par la trace β de Δ_b sur Π_a. On repère cette trace par ses coordonnées polaires dans Π_a : p, ψ ; p est le paramètre d'impact.

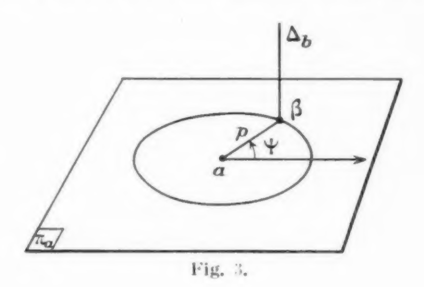


Fig. 3.

On intègre alors, pour un ${}_b\mathbf{w}$ (donc un $\mathbf{U}$) fixé, sur toutes les géométries possibles de choc, c'est-à-dire dans tout le plan Π_a

$$\int_{\Pi_a} (f'_a f'_b - f_a f_b)\,\mathrm{d}p \wedge p\,\mathrm{d}\psi,$$

puis dans l'espace des vitesses ${}_b\mathbf{w}$, en multipliant par $U = |\mathbf{U}|$,

$$\int_{({}_b\mathbf{w})} U\,\mathrm{d}^3{}_b w \int_{\Pi_a} (f'_a f'_b - f_a f_b)\,\mathrm{d}p \wedge p\,\mathrm{d}\psi$$

Notons que a et b peuvent être identiques, l'opérateur de collision s'écrit alors

$$J(f_1) = \int (f'_1 f'_2 - f_1 f_2)\,U\,p\,\mathrm{d}p \wedge \mathrm{d}\psi \wedge \mathrm{d}^3{}_2 w;$$

$J(f_1)$ ou $J_{ab}(f_a)$ ne sont pas linéaires en f_1 ou f_a. L'intégration effective est le plus souvent inextricable, les variables ne se séparant pas.

Il est un cas toutefois où les choses se simplifient considérablement, c'est celui du *gaz de Lorentz parfait* : il s'agit d'un gaz faiblement ionisé dans lequel comptent seuls les chocs électron-molécule. On peut supposer, en première approximation, que

celles-ci sont pratiquement au repos par rapport aux électrons et que le rapport des masses est nul

$$\frac{m_{\text{électron}}}{M_{\text{molécule}}} = 0.$$

Si nous posons

$$ {}_a\mathbf{w} = \mathbf{w}\ (\text{électron}), \qquad {}_b\mathbf{w} = \mathbf{W}\ (\text{molécule}),$$
$$ f_a = f, \qquad f_b = F,$$

on a

$\mathbf{W}' = \mathbf{W}$ (la molécule ne reçoit pratiquement ni énergie, ni quantité de mouvement lors du choc);

$|\mathbf{w}'| = |\mathbf{w}|$ (l'électron ne reçoit que de la quantité de mouvement, pas d'énergie), et comme $|\mathbf{W}| \ll |\mathbf{w}|$,

$$l = |\mathbf{w}| = w.$$

Par conséquent, $F' = F$ et

$$J(f) = \int (F'f' - Ff)\, l\, p\, \mathrm{d}p\, \mathrm{d}\varphi\, \mathrm{d}^3W$$
$$= w \int_W F\, \mathrm{d}^3W \int (f' - f)\, p\, \mathrm{d}p\, \mathrm{d}\varphi$$
$$= w n_M \int (f' - f)\, p\, \mathrm{d}p\, \mathrm{d}\varphi$$

(n_M, densité des molécules). Cette fois-ci $J(f)$ est un opérateur linéaire. De plus, comme la force d'interaction électron-molécule est centrale et isotrope, J commute avec les générateurs du groupe des rotations spatiales : il admet donc comme fonctions propres les fonctions sphériques. L'étude du gaz de Lorentz parfait peut alors être menée jusqu'au bout de façon très élégante en développant f en fonctions sphériques

$$f = f_m^l Y_l^m.$$

Un tel gaz n'a malheureusement rien à voir avec le gaz complètement ionisé qui nous intéresse. Nous ne l'avons signalé que pour rappel. Plus généralement d'ailleurs, les hypothèses de cette méthode de Boltzmann sont inadmissibles pour un plasma complètement ionisé, ainsi qu'il ressort de ce qui a été dit en (1.3).

2.2.4. Opérateur de collision : expression de Fokker-Planck. — Dans la méthode de Fokker-Planck, on suppose :

— que l'évolution de la vitesse d'une particule est markovienne;

— que les variations de vitesse sont dues à des chocs nombreux produisant chacun un petit effet.

On a alors

$$\boxed{J(f) = -\operatorname{div}_{(w)} \mathbf{g} = -\partial^\lambda g_\lambda,}$$

avec

$$g_\lambda = \gamma_\lambda - \frac{1}{2!}\partial^\mu \gamma_{\lambda\mu},$$

où $\gamma_\lambda \Delta t = E[\Delta w_\lambda]$ est l'espérance mathématique d'une variation Δw_λ de w_λ pendant le temps Δt (moment d'ordre 1 — vectoriel — de la variable aléatoire $\mathbf{w}$).

De même,

$$\gamma_{\lambda\mu}\Delta t = E[\Delta w_\lambda\, \Delta w_\mu]$$
(moment d'ordre 2 — tensoriel —).

Pour pouvoir utiliser l'expression ci-dessus de $J(f)$, il faut connaître γ_λ et $\gamma_{\lambda\mu}$ (coefficients de diffusion). Rosenbluth en a fait le calcul pour une fonction de distribution f_b quelconque des particules diffusantes b (⁹). Il est arrivé à :

$$\gamma^\lambda = \Gamma_a \partial^\lambda H_a \quad \left(\text{rappelons que } \partial^\lambda = \frac{\partial}{\partial w_\lambda}\right),$$
$$\gamma^{\lambda\mu} = \Gamma_a \partial^{\lambda\mu} G,$$

avec

$$H_a({}_a\mathbf{w}) = \sum_b \frac{m_a + m_b}{m_b} \int \frac{f_b({}_b\mathbf{w})}{|{}_b\mathbf{w} - {}_a\mathbf{w}|}\, \mathrm{d}^3{}_b w,$$
$$G({}_a\mathbf{w}) = \sum_b \int f_b({}_b\mathbf{w})\, |{}_b\mathbf{w} - {}_a\mathbf{w}|\, \mathrm{d}^3{}_b\mathbf{w},$$
$$\Gamma_a = \frac{e^4 \ln \Lambda}{4\pi\varepsilon_0^2 c^3 m_a^2},$$

$\sum$ indique une sommation sur tous les types b de particules susceptibles de diffuser les particules a, y compris bien entendu, les particules a elles-mêmes.

D'où

$$\boxed{J_{ab}(f_a) = -\Gamma_a \nabla^2_w \left[H_a - \frac{1}{2} \nabla^2_w G \right]}$$

$\left(\nabla^2_w = \frac{\partial^2}{\partial w_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial w_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial w_3^2}\right.$: laplacien dans l'espace des vitesses$\left.\right)$.

Contrairement aux hypothèses de la méthode de Boltzmann, les hypothèses faites ici sont tout à fait correctes pour un plasma complètement ionisé.

(⁹) Les coefficients de diffusion de Chandrasekhar (*cf.* 1.3.2) correspondent à une distribution maxwellienne des diffuseurs. Les deux calculs reposent sur la même hypothèse physique : on peut négliger les collisions correspondant à des paramètres d'impact $p > l_D$.

Nous avons vu, en effet, que dans ce milieu gouverné par les interactions de Coulomb, les collisions lointaines, à très faible effet individuel, sont largement majoritaires, en nombre comme en effet cumulé.

On se heurte malheureusement ici encore à des difficultés mathématiques. Le système d'équations aux dérivées partielles (non linéaires) obtenu en portant les J_{ab} dans les équations de Boltzmann ne peut être résolu dans le cas général. Il est nécessaire, pour pouvoir avancer, de se limiter à des problèmes à symétries très simples.

2.2.5. Équation de transport. — L'obtention de f, fonction de distribution n'est qu'une étape. Ce qu'on cherche, en général, ce sont des grandeurs physiques macroscopiques (conductivité électrique par exemple), qui sont des valeurs *moyennes*, où n'interviennent plus les vitesses microscopiques individuelles des particules, ni leur fonction de distribution.

La valeur moyenne $\overline{\mathcal{Q}}$ d'une grandeur $\mathcal{Q}(\mathbf{w})$, sur l'espace des vitesses (w), étant obtenue par

$$\overline{\mathcal{Q}} = \int_{(w)} \mathcal{Q}(\mathbf{w})\frac{f}{n}\,\mathrm{d}^3w = E[\mathcal{Q}(\mathbf{w})] \qquad (\overline{\mathcal{Q}} = \overline{\mathcal{Q}}(\mathbf{r}, t)),$$

ne peut-on espérer supprimer l'étape très délicate du calcul de f, en moyennant l'équation de Boltzmann sur l'espace des vitesses, après avoir multiplié chaque membre par la grandeur $\mathcal{Q}$? Autrement dit, en substituant à l'équation de Boltzmann l'équation

$$\int_{(w)} \mathcal{Q}(\mathbf{w})\frac{\mathcal{D}}{\mathcal{D}t}f\,\mathrm{d}^3w = \int_{(w)} \mathcal{Q}(\mathbf{w})J(f)\,\mathrm{d}^3w,$$

équation dite « de transport ». Explicitons-la :

$$\int_{(w)} \mathcal{Q}\,\partial_t f\,\mathrm{d}^3w = \partial_t \int_{(w)} \mathcal{Q} f\,\mathrm{d}^3w = \partial_t(n\overline{\mathcal{Q}}),$$

$$\int_{(w)} \mathcal{Q}w^l\,\partial_l f\,\mathrm{d}^3w = \partial_l \int_{(w)} \mathcal{Q}w^l f\,\mathrm{d}^3w = \partial_l\left(n\overline{\mathcal{Q}w^l}\right),$$

$$\begin{aligned}\int_{(w)} \mathcal{Q}\frac{F_\lambda}{m}\partial^\lambda f\,\mathrm{d}^3w &= \sum_\lambda \int_{(w^\mu, w^\nu)} \mathrm{d}w^\mu\,\mathrm{d}w^\nu\left[\mathcal{Q}\frac{F_\lambda}{m}f\right]_{w_\lambda=-\infty}^{w_\lambda=+\infty} \\ &\quad -\int_{(w)} f\,\partial^\lambda\left(\mathcal{Q}\frac{F_\lambda}{m}\right)\mathrm{d}^3w \\ &= -\int_{(w)} f\,\partial^\lambda\left(\mathcal{Q}\frac{F_\lambda}{m}\right)\mathrm{d}^3w \\ &= -n\,\overline{\partial^\lambda\left(\mathcal{Q}\frac{F_\lambda}{m}\right)},\end{aligned}$$

puisque $f = 0$ pour $w = \pm\infty$ et que physiquement, $\mathcal{Q}\frac{F_\lambda}{m}$ ne peut alors être infini.

L'équation de transport s'écrit

$$\boxed{\partial_t(n\overline{\mathcal{Q}}) + \partial_l\left(n\overline{\mathcal{Q}w^l}\right) - n\,\overline{\partial^\lambda\left(\mathcal{Q}\frac{F_\lambda}{m}\right)} = \int_{(w)} \mathcal{Q}J(f)\,\mathrm{d}^3w.}$$

(Dans tout ce qui précède, $\mathcal{Q}$ est une grandeur tensorielle quelconque) ([10]).

La fonction de distribution f n'apparaît plus explicitement qu'au second membre. Mais, en fait, il n'y a pas que $\overline{\mathcal{Q}}$ au premier membre : le calcul de $\overline{\mathcal{Q}w^l}$ et celui de $\overline{\partial^\lambda\mathcal{Q}\frac{F_\lambda}{m}}$ nécessitent la connaissance préalable de f.

Nous verrons au chapitre suivant que, moyennant certaines approximations, il est possible de s'affranchir de cette sujétion et d'obtenir des équations macroscopiques où f n'intervient plus du tout.

C'est cette dernière méthode que nous utiliserons pour l'obtention des équations fondamentales que nous avons en vue.

3. ÉTABLISSEMENT DES ÉQUATIONS FONDAMENTALES DE L'HYDROMAGNÉTISME (AU 1er ORDRE).

3.1. Généralités.

Pour pouvoir étudier la propagation des ondes électromagnétiques dans un plasma complètement ionisé, il faut d'abord obtenir (*cf.* introduction) une relation $R(\mathbf{E}, \mathbf{J})$ entre champ électrique et densité de courant. $\mathbf{E}$ est le champ électrique de l'onde : nous supposerons qu'aucun champ électrique extérieur n'est appliqué. Par contre, un champ *magnétique* extérieur $\mathbf{B}_0$ constant et uniforme pourra être imposé.

$R(\mathbf{E}, \mathbf{J})$ se présentera sous la forme implicite de q relations $R_i(\mathbf{E}, \mathbf{J}, u_1, \ldots, u_{q-1})$, où les u_j sont les *variables dynamiques* du plasma. Ces relations présentent beaucoup d'analogie avec les équations de l'hydrodynamique; comme elles contiennent le

([10]) On peut être surpris de l'existence, dans cette équation de forme tensorielle, du terme ∂_t où subsiste un indice libre (t), tandis qu'ailleurs il y a contraction en λ. Pour être formellement plus rigoureux, il conviendrait d'introduire un gradient quadridimensionnel ∂_α ($\alpha = 1, 2, 3, 4$), avec $\partial_4 = \frac{\partial}{c\,\partial t}$, w^4 étant lui-même un quadrivecteur, $w^4 = c$. Alors

$$w^\alpha\partial_\alpha = w^l\partial_l + c\frac{\partial}{c\,\partial t} = w^l\partial_l + \partial_t.$$

La sommation sur les indices muets est, rappelons-le, sous-entendue.

$$w^l\partial_l = \sum_l w^l\partial_l = w^1\partial_1 + w^2\partial_2 + w^3\partial_3.$$

paramètre $\mathbf{B}_0$, on les qualifie de magnétohydrodynamiques ou *hydromagnétiques*.

C'est de leur obtention que nous allons nous occuper dans ce paragraphe 3. Nous utiliserons pour cela l'équation de transport. Un point auparavant doit être précisé : par quelles variables u_j les propriétés dynamiques du plasma vont-elles être décrites ?

3.2. Variables dynamiques ioniques et électroniques du plasma complètement ionisé.

3.2.1. ÉQUILIBRE THERMODYNAMIQUE. — A l'équilibre thermodynamique, les populations ionique et électronique sont maxwelliennes à une même température T : les fonctions de distribution sont normales, isotropes

$$f_i(\mathbf{r}_i, \mathbf{w}_i, t) = f_i^0 = \frac{n_i(\mathbf{r}_i, t)}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}\sigma_i^3}\, e^{-\frac{1}{2}\frac{\mathbf{w}_i^2}{\sigma_i^2}},$$

$$f_e(\mathbf{r}_e, \mathbf{w}_e, t) = f_e^0 = \frac{n_e(\mathbf{r}_e, t)}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}\sigma_e^3}\, e^{-\frac{1}{2}\frac{\mathbf{w}_e^2}{\sigma_e^2}},$$

avec des écarts-types

$$\sigma_i = \left(\frac{kT}{m_i}\right)^{\frac{1}{2}}, \qquad \sigma_e = \left(\frac{kT}{m_e}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

De plus, les densités n_i et n_e sont constantes dans le temps et dans l'espace (homogénéité)

$$n_i(\mathbf{r}_i, t) = (n_i)_0, \qquad n_e(\mathbf{r}_e, t) = (n_e)_0.$$

Enfin on a neutralité électrique : $n_e = Zn_i$. Le plasma est donc entièrement défini par n_e et T. Les vitesses *moyennes* $\mathbf{v}_i$ et $\mathbf{v}_e$ sont évidemment nulles

$$\mathbf{v}_i = \overline{\mathbf{w}_i} = E|\mathbf{w}_i| = \int_{w_i} \frac{f_i^0}{n_i}\mathbf{w}_i \,\mathrm{d}^3 w_i = 0,$$

$$\mathbf{v}_e = \overline{\mathbf{w}_e} = E|\mathbf{w}_e| = \int_{w_e} \frac{f_e^0}{n_e}\mathbf{w}_e \,\mathrm{d}^3 w_e = 0.$$

On a alors

$$\rho = n_i Q_i + n_e Q_e = e(Zn_i - n_e) = 0,$$
$$\mathbf{J} = n_i Q_i \mathbf{v}_i + n_e Q_e \mathbf{v}_e = e(Zn_i\mathbf{v}_i - n_e\mathbf{v}_e) = 0.$$

Le problème des variables dynamiques ne se pose pas.

Nota. — Il faut bien distinguer les lois de distribution des variables aléatoires vectorielle $\mathbf{w}$, et scalaire $w = |\mathbf{w}\,.\,\mathbf{w}|$ a une distribution tridimensionnelle, normale

$$p(\mathbf{w})\,\mathrm{d}^3 w = p(w_x, w_y, w_z)\,\mathrm{d}w_x \wedge \mathrm{d}w_y \wedge \mathrm{d}w_z$$
$$= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}\left(\frac{kT}{m}\right)^{\frac{3}{2}}}\left[\exp - \frac{w_x^2 + w_y^2 + w_z^2}{2\left(\frac{kT}{m}\right)}\right] \times \mathrm{d}w_x \wedge \mathrm{d}w_y \wedge \mathrm{d}w_z$$

de moyenne

$$\mathbf{v} = \overline{\mathbf{w}} = \int_w p(\mathbf{w})\,\mathbf{w}\,\mathrm{d}^3 w = 0.$$

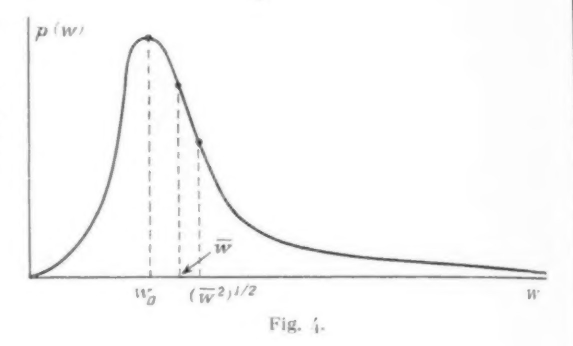


Fig. 4.

et d'écart-type ($\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma$)

$$\sigma = \left(\frac{kT}{m}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

La distribution de w est unidimensionnelle et non normale

$$p(w)\,\mathrm{d}w = \frac{4\pi w^2}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}\left(\frac{kT}{m}\right)^{\frac{3}{2}}}\left|\exp - \frac{w^2}{2\left(\frac{kT}{m}\right)}\right|\mathrm{d}w.$$

c'est une distribution unimodale (courbe représentative ci-dessus : *fig.* 4), de moyenne

$$\bar{w} = \int_0^{+\infty} p(w)\,w\,\mathrm{d}w = \left[\frac{8kT}{\pi m}\right]^{\frac{1}{2}}$$

et d'écart-type

$$\sigma = \left(3 - \frac{8}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\left[\frac{kT}{m}\right]^{\frac{1}{2}} \sim 0,67\left[\frac{kT}{m}\right]^{\frac{1}{2}}.$$

Le mode a pour valeur $w_0 = \left[\frac{2kT}{m}\right]^{\frac{1}{2}}$ (vitesse « la plus probable »). Quant à la vitesse quadratique moyenne, son expression bien connue est

$$\left[\overline{w^2}\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\int_0^{+\infty} p(w)\,w^2\,\mathrm{d}w\right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{3kT}{m}\right]^{\frac{1}{2}}.$$

3.2.2. PERTURBATION A L'ÉQUILIBRE THERMODYNAMIQUE. — *a. Application d'un champ magné-*

tique $\mathbf{B}_0$ *constant et uniforme.* — Les fonctions de distribution restent maxwelliennes (sauf pendant l'établissement du champ).

b. Arrivée, au point P *d'une onde électromagnétique* ($\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$). — L'arrivée d'une onde électromagnétique, en un point P du plasma, provoque un écart par rapport à l'équilibre thermodynamique antérieur, écart que nous traiterons en perturbation. Plus précisément, nous supposerons que les fonctions de distribution ionique et électronique prennent la forme

$$\tilde{f} = f^0 + E f^1 + E^2 f^2 + \ldots.$$

f^0, distribution maxwellienne de l'équilibre; Ef^1 E^2f^2, ..., termes de perturbation, l'intensité E du champ électrique réduit (rapporté à un champ E_0 de référence $E = \frac{E}{E_0}$) étant prise comme infiniment petit principal.

Corrélativement,

$$\tilde{n}_i = \int_{w} \tilde{f}_i \, \mathrm{d}^3 w = n_i + \Delta n_i.$$

De même,

$$\tilde{n}_e = n_e + \Delta n_e.$$

Et, maintenant,

$$\mathbf{v}_i = \int_{(w)} \mathbf{w}_i \frac{\tilde{f}_i}{\tilde{n}_i} \mathrm{d}^3 w \neq 0, \qquad \mathbf{v}_e \neq 0.$$

Ce sont les quatre variables Δn_i, Δn_e, $\mathbf{v}_i$ et $\mathbf{v}_e$ que nous adopterons, jusqu'à nouvel ordre comme variables dynamiques u_j; n_e, T et $\mathbf{B}_0$ faisant office de paramètres (définissant l'état d'équilibre dont on s'écarte légèrement). Les variables réduites

$$\underline{\Delta n}_i = \frac{\Delta n_i}{n_0}, \qquad \underline{\Delta n}_e = \frac{\Delta n_e}{n_0}, \qquad \underline{\mathbf{v}}_i = \frac{\mathbf{v}_i}{v_0}, \qquad \underline{\mathbf{v}}_e = \frac{\mathbf{v}_e}{v_0}$$

sont des infiniment petits du même ordre que E.

Les calculs seront faits au *premier ordre* en E. Ainsi l'expression de $\mathbf{J}$ s'écrira :

$$\mathbf{J} = e(Z\tilde{n}_i\mathbf{v}_i - \tilde{n}_e\mathbf{v}_e) = e[Z(n_i + \Delta n_i)\mathbf{v}_i - (n_e + \Delta n_e)\mathbf{v}_e].$$

$$\boxed{\mathbf{J} = e(Zn_i\mathbf{v}_i - n_e\mathbf{v}_e) = n_e e(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e).}$$

C'est maintenant un vecteur non nul (de même $\rho = e\,(Z\,\Delta n_i - \Delta n_e) \neq 0$).

Nous admettrons, en outre, que les dérivées premières par rapport au temps ou à l'espace, des quatre variables $\underline{\Delta n}_i$, $\underline{\Delta n}_e$, $\underline{\mathbf{v}}_i$, $\underline{\mathbf{v}}_e$ sont toujours du même ordre que les variables elles-mêmes ([11]).

3.3. Établissement des relations R_i ($\mathbf{E}$, $\mathbf{J}$, Δn_i, Δn_e, $\mathbf{v}_i$, $\mathbf{v}_e$).

Puisqu'il y a quatre variables dynamiques, il faut cinq relations R_i. Nous en possédons déjà une : la relation de définition précédente de $\mathbf{J}$. Il reste donc à en découvrir quatre : nous allons les obtenir en appliquant l'équation de transport à deux grandeurs φ très simples : $\varphi = 1$, $\varphi = m\mathbf{w}$.

3.3.1. Équation de transport de l'unité : conservation des particules. — Si l'on fait $\varphi = 1$ dans l'équation de transport, on obtient

$$\partial_t \tilde{n} + \partial_j (\tilde{n}\,\overline{w^j}) - \tilde{n}\,\overline{\partial^w \frac{F_i}{m}} = \int_{w} J(f)\,\mathrm{d}^3 w.$$

$$\partial_t \tilde{n} = \partial_t \Delta n = \dot{\Delta n}.$$

$$\partial_j(\tilde{n}\,\overline{w^j}) = \partial_j(\tilde{n}v^j) = \partial_j(nv^j) + \Delta n\,\partial_j v^j + v^j\,\partial_j \Delta n = \partial_j(nv^j) = n\,\mathrm{div}\,\mathbf{v}.$$

La seule force extérieure qui puisse dépendre de $\mathbf{w}$ est la force magnétique

$$\mathbf{w} \wedge (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}) = \mathbf{w} \wedge \mathbf{B}_0$$

($\mathbf{B}_0$, champ magnétique extérieur; $\mathbf{B}$, champ magnétique de l'onde; B, champ réduit, est infiniment petit du même ordre que E), donc :

$$\partial^w \left(\frac{F_i}{m}\right) = \frac{1}{m} \partial^w [\mathbf{w} \wedge \mathbf{B}_0]_i = 0.$$

Enfin, $\int_{w} J(f)\mathrm{d}^3 w$ est le taux de variation du nombre total de particules par unité de volume : cette quantité est nulle.

D'où :

$$\dot{\Delta n} + n\,\mathrm{div}\,\mathbf{v} = 0.$$

C'est l'équation classique de conservation des particules d'une espèce donnée. On a, séparément,

$$\boxed{\dot{\Delta n}_i + n_i\,\mathrm{div}\,\mathbf{v}_i = 0.}$$

$$\boxed{\dot{\Delta n}_e + n_e\,\mathrm{div}\,\mathbf{v}_e = 0.}$$

Nous avons donc trouvé deux relations nouvelles. Il nous en faut encore deux.

3.3.2. Équation de transport de la quantité de mouvement : conservation de celle-ci. —

([11]) Ceci sera automatiquement réalisé lorsque nous supposerons, plus loin, que ces grandeurs dépendent sinusoïdalement du temps (*cf.* 3.4.1) et de l'espace (2e partie).

Faisons $\mathcal{Q} = m\mathbf{w}$ dans l'équation de transport, il vient

$$\begin{aligned} \partial_t(\tilde{n}\,\overline{mw^\mu}) + \partial_\lambda\left(\tilde{n}\,\overline{mw^\mu w^\lambda}\right) \\ - \tilde{n}\,\overline{\partial^\lambda(w^\mu \gamma_\lambda)} = \int_{(w)} mw^\mu J(f)\,\mathrm{d}^3 w. \end{aligned}$$

Premier terme :

$$\begin{aligned} \partial_t(\tilde{n}\,\overline{mw^\mu}) &= \partial_t(\tilde{n}mv^\mu) \\ &= m[(n+\Delta n)\,\partial_t v^\mu + v^\mu \partial_t\,\Delta n] = nm\,\partial_t v^\mu. \end{aligned}$$

Deuxième terme :

$$\partial_\lambda\left(\tilde{n}\,\overline{mw^\mu w^\lambda}\right);$$

pour le calculer, nous allons décomposer $\mathbf{w}$ en sa partie moyenne $\mathbf{v}$ et sa partie aléatoire $\mathbf{v}_a$: $\mathbf{w} = \mathbf{v} + \mathbf{v}_a$. Il vient :

$$\overline{w^\mu w^\lambda} = v^\mu v^\lambda + \overline{v^\mu_a v^\lambda_a} + 2\,\overline{v^\mu_a v^\lambda} = v^\mu v^\lambda + \overline{v^\mu_a v^\lambda_a},$$

puisque

$$\overline{v^\mu_a v^\lambda} = v^\lambda\,\overline{v^\mu_a} = 0;$$

$$\overline{\mathbf{v}_a \otimes \mathbf{v}_a} = \overline{(\mathbf{w}-\mathbf{v}) \otimes (\mathbf{w}-\mathbf{v})},$$

variance tensorielle de la variable aléatoire $\mathbf{w}$, mesure l'importance de la dispersion de $\mathbf{w}$ autour de sa valeur moyenne $\mathbf{v}$. Le tenseur symétrique

$$\boldsymbol{\Psi} = \tilde{n}m\,\overline{(\mathbf{w}-\mathbf{v}) \otimes (\mathbf{w}-\mathbf{v})}$$

(de dimensions $L^{-1}MT^{-2}$, c'est-à-dire homogène à une pression) est ce qu'on appelle le tenseur de *tension cinétique*. Le deuxième terme s'écrit donc

$$\begin{aligned} \partial_\lambda\left(\tilde{n}\,\overline{mw^\mu w^\lambda}\right) &= \partial_\lambda(\tilde{n}\,mv^\mu v^\lambda) + \partial_\lambda \Psi^{\lambda\mu} \\ &= v^\mu \partial_\lambda(\tilde{n}mv^\lambda) + \tilde{n}mv^\lambda \partial_\lambda v^\mu + \partial_\lambda \Psi^{\lambda\mu} \\ &= \partial_\lambda \Psi^{\lambda\mu} = \operatorname{Div} \boldsymbol{\Psi}. \end{aligned}$$

Troisième terme :

$$\begin{aligned} \tilde{n}\,\overline{\partial^\lambda(w^\mu F_\lambda)} &= \tilde{n}\,\overline{F_\lambda \partial^\lambda w^\mu} \qquad (\partial^\lambda F_\lambda = 0) \\ &= \tilde{n}\,\overline{F_\lambda}\,\delta^{\lambda\mu} \qquad (\delta^{\lambda\mu} : \text{symbole de Kronecker}) \\ &= \tilde{n}\,\overline{F^\mu} = (n+\Delta n)\,Q[\mathbf{E} + \mathbf{v} \wedge (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B})]^\mu \\ &= n\,Q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}_0)^\mu. \end{aligned}$$

Quatrième terme :

$$\int_{(w)} m\mathbf{w}\,J(f)\,\mathrm{d}^3 w,$$

taux de variation de la quantité de mouvement totale des ions (resp. électrons), dans l'unité de volume, à la suite des collisions avec les électrons, soit $\boldsymbol{\Pi}_{ie}$ (resp. avec les ions, soit $\boldsymbol{\Pi}_{ei} = -\boldsymbol{\Pi}_{ie}$) en kg.m^{-2}.s^{-2}).

L'équation de transport de la quantité de mouvement s'écrit, en définitive,

$$nm\dot{\mathbf{v}} + \operatorname{Div}\boldsymbol{\Psi} - n\,Q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}_0) = \boldsymbol{\Pi};$$

On a ainsi deux nouvelles relations :

$$\begin{aligned} n_i m_i \dot{\mathbf{v}}_i + \operatorname{Div}\boldsymbol{\Psi}_i - n_i Ze(\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \wedge \mathbf{B}_0) &= \boldsymbol{\Pi}_{ie} = -\boldsymbol{\Pi}_{ei}, \\ n_e m_e \dot{\mathbf{v}}_e + \operatorname{Div}\boldsymbol{\Psi}_e + n_e e(\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \wedge \mathbf{B}_0) &= \boldsymbol{\Pi}_{ei}, \end{aligned}$$

exprimant la conservation de la quantité de mouvement respectivement pour les ions et pour les électrons.

Ces deux relations ne sont malheureusement pas tout à fait du type que nous cherchions : à côté de $\mathbf{v}_i$ et $\mathbf{v}_e$, elles font intervenir des variables nouvelles : $\boldsymbol{\Psi}_i$, $\boldsymbol{\Psi}_e$ et $\boldsymbol{\Pi}_{ei}$. Pour pouvoir exprimer ces nouvelles variables en fonction des quatre (Δn_i, Δn_e, $\mathbf{v}_i$, $\mathbf{v}_e$) dont il a été fait choix plus haut, il va falloir introduire des hypothèses simplificatrices.

3.3.3. Hypothèses simplificatrices. — *a.* $\boldsymbol{\Pi}_{ei}$, taux volumique d'échange d'impulsion entre électrons et ions; ce vecteur est lié à $\dfrac{\mathbf{J}}{n_e e} = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e$, vitesse relative moyenne ion-électron, par une relation de la forme

$$\boldsymbol{\Pi}_{ei} = n_e^2 e^2 \boldsymbol{\eta}.\frac{\mathbf{J}}{n_e e} = n_e e\,\boldsymbol{\eta}.\mathbf{J},$$

où $\boldsymbol{\eta}$ a pour dimensions

$$\frac{L^{-2}MT^{-2}}{L^{-6}Q^2LT^{-1}} \propto L^{-3}MT^{-1}Q^{-2},$$

c'est-à-dire les dimensions d'une résistivité. $\boldsymbol{\eta}$ est, en général, un tenseur diagonal (tenseur résistivité du plasma).

Nous admettrons qu'on peut faire, au premier ordre (en E), l'hypothèse que $\boldsymbol{\eta}$ est de la forme

$$\boldsymbol{\eta} = \eta_1(n_e, T)\,\mathbf{1} + \Delta\boldsymbol{\eta}(n_e, T; \mathbf{B}_0) \quad (^{12}),$$

η_1 étant un scalaire, $\Delta\boldsymbol{\eta}$ un terme tensoriel de perturbation (de l'ordre de $\underline{E}$, en valeur réduite).

b. $\boldsymbol{\Psi}_i$, $\boldsymbol{\Psi}_e$: nous admettrons que les vitesses centrées $\mathbf{w}_i - \mathbf{v}_i$ et $\mathbf{w}_e - \mathbf{v}_e$ ont des lois de distribution *isotropes* (densités de probabilité fonctions de $|\mathbf{w}_i - \mathbf{v}_i|$ et de $|\mathbf{w}_e - \mathbf{v}_e|$), $\boldsymbol{\Psi}_i$ et $\boldsymbol{\Psi}_e$ sont alors de la forme

$$\boldsymbol{\Psi}_i = p_i\mathbf{1}. \qquad \boldsymbol{\Psi}_e = p_e\mathbf{1}.$$

p_i et p_e étant des *pressions* au sens élémentaire du mot.

---

(12) $\eta_1(n_e, T)$, calculée par Spitzer et Härm a pour expression

$$\eta_1 = \frac{\pi^{\frac{3}{2}} m_e^{\frac{1}{2}} e^2 Z \ln\Lambda}{\alpha(Z)(4\pi\varepsilon_0)^2\, 2(2kT)^{\frac{3}{2}}} = \frac{38 \ln\Lambda}{\alpha(Z)\,T^{\frac{3}{2}}} \quad \Omega.\mathrm{m},$$

$\alpha(Z)$ variant de 0,582 à 1 lorsque Z varie de 1 à l'infini; η_1 dépend de n_e par l'intermédiaire de Λ.

Pour un plasma hydrogénoïde ($Z = 1$),

$$\eta_1 = 1{,}1 \times 10^{-9}\,\Omega.\mathrm{m} \quad \text{pour } P_1(10^8\,{}^\circ\mathrm{K},\ n_e = 10^{21}\,\mathrm{m}^{-3}),$$
$$\eta_1 = 5{,}4 \times 10^{-4}\,\Omega.\mathrm{m} \quad \text{pour } P_2(10^4\,{}^\circ\mathrm{K},\ n_e = 10^{19}\,\mathrm{m}^{-3})$$

(cuivre électrolytique à 0° C : 1,54 × 10^{-8} Ω.m).

On a alors

$$\mathrm{Div}\,\boldsymbol{\Psi}_i = \mathrm{grad}\,p_i, \qquad \mathrm{Div}\,\boldsymbol{\Psi}_e = \mathrm{grad}\,p_e.$$

c. Nous admettrons enfin, pour pouvoir relier p_i et p_e à Δn_i et Δn_e, que les petites compressions locales, dues au passage de l'onde électromagnétique, sont *adiabatiques*, et qu'on a donc [13]

$$\mathrm{grad}\,p_i = \gamma_i k T\,\mathrm{grad}\,\tilde{n}_i = \gamma_i k T\,\mathrm{grad}\,\Delta n_i$$

et, de même,

$$\mathrm{grad}\,p_e = \gamma_e k T\,\mathrm{grad}\,\Delta n_e;$$

$\gamma_{i,e} = \frac{2+m}{m}$, m étant le nombre de degrés de liberté [14]. Pour les particules d'un plasma complètement ionisé, il n'y a pas de degrés de liberté internes à considérer. Si t_c désigne la durée de la compression, m ne dépend que de la position de t_c par rapport aux différents temps de relaxation $\tau_D = \frac{1}{\nu_D}$ (*cf.* 1.3.2), qui sont, rappelons-le, disposés dans l'ordre :

$$\tau_{D_{ei}} < \tau_{D_{ee}} < \tau_{D_{ii}} < \tau_{D_{ie}}.$$

Si $t_c < \tau_{D_{ei}}$, la compression est unidimensionnelle pour les électrons comme pour les ions : $m = 1$, $\gamma_i = \gamma_e = 3$.

Si $\tau_{D_{ei}} < t_c < \tau_{D_{ii}}$, $m = 3$ (compression tridimensionnelle) pour les électrons $\gamma_e = \frac{5}{3}$, $m = 1$ pour les ions : $\gamma_i = 3$.

Si $t_c > \tau_{D_{ii}}$, $m = 3$ pour les ions comme pour les électrons : $\gamma_i = \gamma_e = \frac{5}{3}$.

Les hypothèses *a*, *b* et *c* nous permettent de mettre les deux équations de conservation de la quantité de mouvement sous la forme

$$\boxed{\begin{aligned} &n_i m_i \dot{\mathbf{v}}_i + \gamma_i k T\,\mathrm{grad}\,\Delta n_i \\ &\qquad - Z n_i e(\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \wedge \mathbf{B}_0) = -\eta_1 n_e e \mathbf{J}, \\ &n_e m_e \dot{\mathbf{v}}_e + \gamma_e k T\,\mathrm{grad}\,\Delta n_e \\ &\qquad + n_e e(\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \wedge \mathbf{B}_0) = \eta_1 n_e e \mathbf{J}. \end{aligned}}$$

où n'interviennent plus, à côté de $\mathbf{E}$ et $\mathbf{J}$, que les quatre variables dynamiques Δn_e, Δn_i, $\mathbf{v}_i$, $\mathbf{v}_e$ et les trois paramètres $\mathbf{B}_0$, T et n_e $\left(n_i = \frac{n_e}{Z}\right)$.

Nous possédons donc désormais cinq relations $R_i(\mathbf{E}, \mathbf{J}, \Delta n_i, \Delta n_e, \mathbf{v}_i, \mathbf{v}_e)$: le problème que nous nous étions posé au début de ce paragraphe est résolu.

Avant de continuer, c'est-à-dire d'appliquer ces relations à l'étude de la propagation des ondes électromagnétiques, nous allons les transformer pour faire apparaître des grandeurs non plus ioniques (comme Δn_i et $\mathbf{v}_i$) ou électroniques (comme Δn_e et $\mathbf{v}_e$), mais *globales*. Parallèlement, nous diminuerons par des éliminations, le nombre des u_j et donc des R_i.

3.4. **Passage à des variables dynamiques globales.**

3.4.1. Réduction du nombre des u_j et des R_i. — Les cinq relations R_i, sont

$$\mathbf{J} = e n_e(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e),$$

$$\dot{\Delta n}_i + n_i\,\mathrm{div}\,\mathbf{v}_i = 0,$$

$$\dot{\Delta n}_e + n_e\,\mathrm{div}\,\mathbf{v}_e = 0,$$

$$\begin{aligned} &n_i m_i \dot{\mathbf{v}}_i + \gamma_i k T\,\mathrm{grad}\,\Delta n_i \\ &\qquad - Z n_i e(\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \wedge \mathbf{B}_0) = -\eta_1 n_e e \mathbf{J}, \\ &n_e m_e \dot{\mathbf{v}}_e + \gamma_e k T\,\mathrm{grad}\,\Delta n_e \\ &\qquad + n_e e(\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \wedge \mathbf{B}_0) = \eta_1 n_e e \mathbf{J}. \end{aligned}$$

Pour procéder plus commodément aux éliminations, nous supposerons désormais que l'onde électromagnétique perturbatrice est périodique et, plus précisément, sinusoïdale, de pulsation ω. Nous ferons donc

$$\frac{d}{dt} = j\omega.$$

Il est facile, dès lors, d'éliminer Δn_i, Δn_e et $\mathbf{v}_e$, pour ne garder, à côté de $\mathbf{E}$ et $\mathbf{J}$, qu'une seule variable dynamique, $\mathbf{v}_i$, dans deux relations R_i, assavoir :

$$\begin{aligned} &j\omega n_i m_i \mathbf{v}_i + \gamma_i k T \frac{j}{\omega} n_i\,\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\mathbf{v}_i \\ &\qquad - Z n_i e(\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \wedge \mathbf{B}_0) = -\eta_1 n_e e \mathbf{J}, \\ &j\omega m_e\left(n_e \mathbf{v}_i - \frac{\mathbf{J}}{e}\right) + \gamma_e k T \frac{j}{\omega} n_e\,\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\left(\mathbf{v}_i - \frac{\mathbf{J}}{n_e e}\right) \\ &\qquad + n_e e \mathbf{E} + (n_e e \mathbf{v}_i - \mathbf{J}) \wedge \mathbf{B}_0 = \eta_1 n_e e \mathbf{J}. \end{aligned}$$

Mais cette façon de faire est fâcheusement dissymétrique. Aussi préfère-t-on substituer à $\mathbf{v}_i$, dans le rôle de variable dynamique, une grandeur qui ne soit ni ionique, ni électronique, mais *globale*.

3.4.2. Quelques définitions. — Globale ? Telle est la vitesse de transport de masse

$$\mathbf{u} = \frac{\tilde{n}_i m_i \mathbf{v}_i + \tilde{n}_e m_e \mathbf{v}_e}{\tilde{n}_i m_i + \tilde{n}_e m_e} = \frac{\mathfrak{P}}{\tilde{M}} = \frac{\mathfrak{P}}{M},$$

---

[13] La méthode de perturbation employée ici interdit de considérer des gradients de pression imposés, finis, préalables au passage de toute onde : l'écart à la distribution maxwellienne (n_e, T) ne serait alors plus infiniment petit.

[14] Attention aux notations ! γ_i et γ_e sont des coefficients thermodynamiques sans dimension. γ désignera plus loin la conductivité électrique (en siemens/mètre).

où $\tilde{\mathcal{M}}$ est la masse volumique

$$\tilde{\mathcal{M}} = \tilde{n}_i m_i + \tilde{n}_e m_e.$$

$\mathcal{M}$ la valeur de $\tilde{\mathcal{M}}$ pour l'équilibre thermodynamique

$$\mathcal{M} = n_i m_i + n_e m_e.$$

et $\mathfrak{P}$ le vecteur flux de masse

$$\mathfrak{P} = \tilde{n}_i m_i \mathbf{v}_i + \tilde{n}_e m_e \mathbf{v}_e = n_i m_i \mathbf{v}_i + n_e m_e \mathbf{v}_e;$$

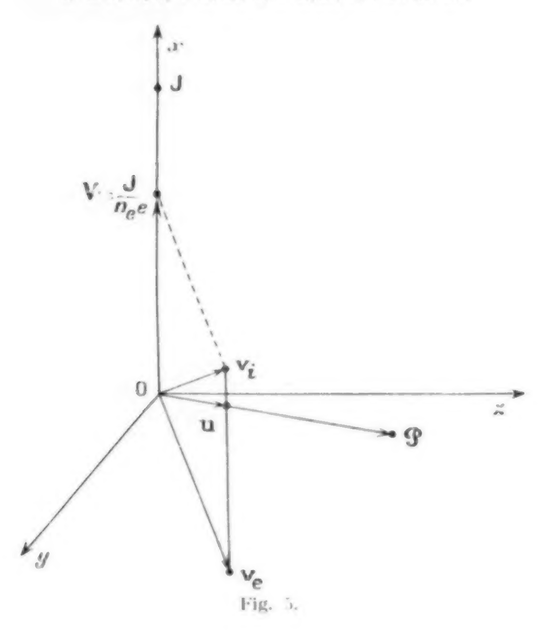


Fig. 5.

$\mathfrak{P}$ est à la masse ce que **J** est à la charge électrique. (Dans cette analogie, $\mathcal{M}$ est l'homologue de ρ, mais nous verrons plus loin que c'est $\mathbf{V} = \frac{\mathbf{J}}{n_e e}$ qui s'introduit à côté de **w** et non $\frac{\mathbf{J}}{\rho}$ — qui ne serait d'ailleurs pas du même ordre que **u** —).

Comme ρ et **J**, $\tilde{\mathcal{M}}$ et $\mathfrak{P}$ sont liés par

$$\dot{\tilde{\mathcal{M}}} + \operatorname{div} \mathfrak{P} = 0.$$

u et $\mathbf{V} = \frac{\mathbf{J}}{n_e e}$ sont les barycentres de $\mathbf{v}_i$ et de $\mathbf{v}_e$ affectés respectivement des coefficients $\tilde{n}_i m_i$, $\tilde{n}_e m_e$ (densités de masse) pour **u**, 1, -1 pour **V**. La disposition relative de ces différents vecteurs est indiquée dans la figure 5.

J est pris sur **Ox** (ce sera toujours la disposition dans la deuxième partie), $\mathbf{J} = n_e e(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e)$ est parallèle à $\mathbf{v}_e\mathbf{v}_i$. **J**, **V**, $\mathbf{v}_i$, $\mathbf{v}_e$, $\mathfrak{P}$ et **u** ont, rappelons-le, des intensités réduites infiniment petites.

3.4.3. Les deux équations fondamentales de l'hydromagnétisme. — Ce sont des équations équivalentes aux deux relations que nous avons écrites à la fin de 3.4.1,

$$j\omega \frac{n_e m_i}{Z} \mathbf{v}_i + \gamma_i k T \frac{j}{\omega} \frac{n_e}{Z} \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{v}_i - n_e e (\mathbf{E} + \mathbf{v}_i \wedge \mathbf{B}_0) = -\eta n_e e \mathbf{J},$$

$$j\omega n_e m_e \left(\mathbf{v}_i - \frac{\mathbf{J}}{n_e e}\right) + \gamma_e k T \frac{j}{\omega} n_e \operatorname{grad} \operatorname{div} \left(\mathbf{v}_i - \frac{\mathbf{J}}{n_e e}\right) + n_e e \left[\mathbf{E} + \left(\mathbf{v}_i - \frac{\mathbf{J}}{n_e e}\right) \wedge \mathbf{B}_0\right] = \eta n_e e \mathbf{J},$$

mais dans lesquelles la variable globale **u** aura été substituée à la variable ionique $\mathbf{v}_i$.

Il est commode, pour opérer cette substitution, de prendre, des deux relations en $\mathbf{v}_i$, les combinaisons linéaires (1, 1) et $\left(\frac{Z}{m_i}, -\frac{1}{m_e}\right)$:

— Combinaison (1, 1). En utilisant la relation

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{u} + \frac{m_e}{\mathcal{M}} \frac{\mathbf{J}}{e},$$

on obtient

$$j\omega \mathcal{M} \mathbf{u} = \mathbf{J} \wedge \mathbf{B}_0 - \frac{j}{\omega} k T \gamma_e n_e \operatorname{grad} \operatorname{div} \left\{\left[1 + \frac{\gamma_i}{Z\gamma_e}\right] \mathbf{u} + \left[\left(1 + \frac{\gamma_i}{Z\gamma_e}\right) \frac{n_e m_e}{\mathcal{M}} - 1\right] \frac{\mathbf{J}}{n_e e}\right\};$$

— Combinaison $\left(\frac{Z}{m_i}, -\frac{1}{m_e}\right)$: il vient

$$j\omega \frac{m_e}{n_e e^2} \mathbf{J} = \mathbf{E}\left(1 + \frac{Z m_e}{m_i}\right) + \left\{\left[1 + \frac{Z m_e}{m_i}\right] \mathbf{u} - \left[1 - \frac{m_e n_e}{\mathcal{M}}\left(1 + \frac{Z m_e}{m_i}\right)\right] \frac{\mathbf{J}}{n_e e}\right\} \wedge \mathbf{B}_0 - \frac{j}{\omega} \frac{k T \gamma_e}{e} \operatorname{grad} \operatorname{div} \left\{\left[\frac{\gamma_i m_e}{\gamma_e m_i} - 1\right] \mathbf{u} + \left[1 + \left(\frac{\gamma_i m_e}{\gamma_e m_i} - 1\right) \frac{m_e n_e}{\mathcal{M}}\right] \frac{\mathbf{J}}{n_e e}\right\} - \eta \mathbf{J}\left(1 + \frac{Z m_e}{m_i}\right).$$

Ces équations se simplifient considérablement si l'on néglige $\frac{m_e}{m_i}$ devant 1 $\left(\text{la plus grande valeur possible de } \frac{m_e}{m_i} \text{ est } \frac{1}{1836}\right)$; $\frac{\gamma_i}{\gamma_e} \frac{m_e}{m_i}$ $\left(\frac{\gamma_i}{\gamma_e} = 1 \text{ ou } \frac{5}{9}\right)$ et $\frac{Z m_e}{m_i}$ (Z est de quelques unités) seront également négligés devant 1.

On a alors

$$M = n_i m_i + n_e m_e = \frac{n_e m_i}{Z}\left(1 + Z\frac{m_e}{m_i}\right) = \frac{n_e m_i}{Z}$$

et les deux équations s'écrivent

$$\boxed{\begin{aligned} j\omega\frac{m_i}{Ze}\mathbf{u} &= \frac{\mathbf{J}}{n_e e} \times \mathbf{B}_0 \\ &\quad - \frac{jkT\gamma_e}{\omega e}\,\text{grad div}\left[\left(1 + \frac{\gamma_i}{Z\gamma_e}\right)\mathbf{u} - \frac{\mathbf{J}}{n_e e}\right], \\ j\omega\frac{m_e}{e}\frac{\mathbf{J}}{n_e e} &= \mathbf{E} + \left(\mathbf{u} - \frac{\mathbf{J}}{n_e e}\right) \times \mathbf{B}_0 \\ &\quad + \frac{jkT\gamma_e}{\omega e}\,\text{grad div}\left(\mathbf{u} - \frac{\mathbf{J}}{n_e e}\right) - \eta_i n_e e\frac{\mathbf{J}}{n_e e}. \end{aligned}}$$

Ce sont les équations fondamentales linéarisées de l'hydromagnétisme. Elles ont des formes assez symétriques en $\mathbf{u}$ et $\mathbf{V} = \frac{\mathbf{J}}{n_e e}$.

On donne souvent à la seconde le nom de « loi d'Ohm généralisée », car, dans le cas stationnaire $\left(\frac{\partial}{\partial t} = 0\right)$ et en l'absence de champ magnétique ($\mathbf{B}_0 = 0$), elle s'écrit $\mathbf{E} = \eta_i \mathbf{J}$ ou $\mathbf{J} = \gamma\mathbf{E}$ $\left(\gamma = \frac{1}{\eta_i}\text{ : conductivité}\right)$, ce qui est la loi d'Ohm.

L'équation de propagation d'une onde électromagnétique s'obtiendra par élimination de $\mathbf{u}$ et de $\mathbf{J}$ entre ces deux équations hydromagnétiques et l'équation de Maxwell

$$\Box^2\mathbf{E} = -\frac{1}{\varepsilon_0}\,\text{grad}\,\rho - \mu_0\dot{\mathbf{J}}$$

qui s'écrit maintenant $\left(\frac{\partial}{\partial t} = j\omega\right)$

$$\boxed{\left(\frac{\omega^2}{c^2} + \nabla^2\right)\mathbf{E} = \frac{j}{\varepsilon_0\omega}\,\text{grad div}\,\mathbf{J} + j\mu_0\omega\mathbf{J}.}$$

DEUXIÈME PARTIE : LES PRINCIPAUX TYPES D'ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES POUVANT SE PROPAGER DANS LES PLASMAS.

---

1. GÉNÉRALITÉS.

On rencontre dans les plasmas une très grande variété de mouvements oscillatoires, excessivement complexes le plus souvent. Toute oscillation mécanique, dans ces gaz ionisés, implique une oscillation électromagnétique ou électrique et réciproquement. On peut donc toujours prendre comme variable oscillante le champ électrique **E**.

On peut considérer que toutes les ondes susceptibles de se propager participent, à des degrés divers, de trois grands types fondamentaux, correspondant aux conditions suivantes :

1. **E** est perpendiculaire à **K**, vecteur propagation (pulsation spatiale) et, si un champ magnétique extérieur est imposé, ω (pulsation de l'onde) $\gg \omega_{ci}$ (pulsation cyclotron ionique) : ondes *électromagnétiques*.

2. **E** étant toujours perpendiculaire à **K**, un champ magnétique constant extérieur est imposé et $\omega \ll \omega_{ci}$ (pulsation cyclotron ionique). Des ondes d'un type très particulier apparaissent, dites *hydromagnétiques*.

3. **E** est parallèle à **K**. Il y a des forces de rappel électrostatiques. Ces ondes longitudinales sont dites *électrostatiques*.

Notre propos est d'étudier la propagation des ondes électromagnétiques (type 1). Nous en viendrons toutefois ensuite à examiner le cas des ondes hydromagnétiques (type 2), parce qu'à certains égards, on le verra, elles peuvent être rattachées aux précédentes.

Les ondes électrostatiques sortent du cadre que nous nous sommes fixé. Des méthodes voisines, basées, elles aussi, sur l'emploi des équations générales du paragraphe 3.4, peuvent certes leur être appliquées; mais ce ne sont pas — de loin — pour elles, les plus indiquées.

Les ondes électromagnétiques et hydromagnétiques que nous allons étudier seront du type le plus simple : nous chercherons, à l'équation de propagation en **E**, des solutions sinusoïdales, planes (nous supposons donc le plasma indéfini), transversales ([15]), à polarisation rectiligne ou circulaire :

([15]) Transversales électriques. Certaines ondes hydromagnétiques seront qualifiées de longitudinales : c'est qu'on s'intéressera plus spécialement, pour elles, au vecteur **u**.

On provoque en O une perturbation électrique $\mathbf{E}(O) = E_0 e^{j\omega t} \mathbf{e}_x$ le long de l'axe **Ox** ($\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$, $\mathbf{e}_z$: vecteurs unitaires des trois axes) (*fig.* 6). L'oscillation forcée $\mathbf{E}(z) = \mathbf{E}_0 e^{j(\omega t - Kz)}$ se propage le long de **Oz**, perpendiculairement à cet axe, avec une pulsation spatiale $\mathbf{K} = K\mathbf{e}_z$, $K = \frac{\omega}{V} - j\chi$ (V, vitesse de phase; χ coefficient d'absorption).

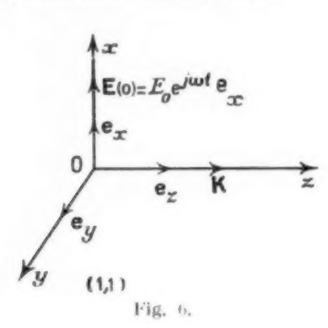


Fig. 6.

On sera amené à considérer $\mathbf{E}_0$ tantôt comme réel : $\mathbf{E}_0 = E_0 \mathbf{e}_x$ (onde polarisée rectilignement parallèlement à **Ox**), tantôt comme complexe : $\mathbf{E}_0 = \frac{E_0}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_x + j\eta\,\mathbf{e}_y)$ (onde polarisée circulairement; $\eta = +1$ dextrogyre, $\eta = -1$ lévogyre). $\mathbf{E}_0$ sera toujours perpendiculaire à **K**.

On ne cherchera pour **u** et **J** que des solutions « forcées », de même forme que pour **E** (pulsations temporelle ω, spatiale **K**).

Par ailleurs,

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \operatorname{div} \mathbf{E}_0 e^{j(\omega t - \mathbf{K}.\mathbf{r})} = -j\mathbf{E}.\mathbf{K}.$$

Pour l'onde transversale que nous envisageons $\mathbf{E}.\mathbf{K} = 0$: $\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0$: il n'y a pas accumulation de charge. L'équation de propagation se simplifie donc en

$$\Box^2 \mathbf{E} = -\mu_0 \dot{\mathbf{J}}.$$

soit

$$\boxed{\left(\frac{\omega^2}{c^2} - K^2\right)\mathbf{E} = j\omega\mu_0\mathbf{J};}$$

J sera donc, comme **E**, perpendiculaire à **K**, transversal. Dans les ondes polarisées rectilignement, ces deux vecteurs seront colinéaires, portés par **Ox**.

Enfin

$$\operatorname{div} \mathbf{J} = \dot{\rho} = j\omega\rho = 0.$$

En tenant compte de ces diverses relations, on obtient, pour les deux équations fondamentales de l'hydromagnétisme,

$$\boxed{\begin{aligned} j\omega \frac{m_i}{Ze}\mathbf{u} &= \frac{\mathbf{J}}{n_e e} \wedge \mathbf{B}_0 + \frac{jm_i}{\omega e}\left(\gamma_e + \frac{\gamma_i}{Z}\right)\Omega^2 u_z \mathbf{e}_z, \\ j\omega \frac{m_e}{e}\frac{\mathbf{J}}{n_e e} &= \mathbf{E} + \left(\mathbf{u} - \frac{\mathbf{J}}{n_e e}\right) \wedge \mathbf{B}_0 \\ &\quad - \frac{jm_i}{\omega e}\gamma_e \Omega^2 u_z \mathbf{e}_z - \frac{\mathbf{J}}{\gamma}, \end{aligned}}$$

où

$$\Omega^2 = \frac{kTK^2}{m_i}$$

(Ω a les dimensions d'une pulsation).

L'étude de la propagation des ondes transversales, consistera en l'établissement d'une *relation de dispersion* $K = K(\omega)$, entre pulsations spatiale K et temporelle ω, par élimination de **u**, **J** et **E** entre les trois relations ci-dessus (encadrées). De la relation de dispersion, on déduit la vitesse de phase V et le coefficient d'absorption χ par

$$K = \frac{\omega}{V} - j\chi.$$

2. ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES PROPREMENT DITES.

2.1. Classification.

On supposera dans tout ce paragraphe, que $\omega \gg \omega_{ci}$ (pulsation cyclotron ionique). Nous imposerons de plus une condition en Ω permettant de négliger, dans les deux équations fondamentales, les termes en $u_z \mathbf{e}_z$ qui compliquent singulièrement. Ces termes n'interviennent qu'en projection sur **Oz**, c'est-à-dire dans les deux équations scalaires

$$\left\{\begin{aligned} j\omega\frac{m_i}{Ze}u_z &= \left[\frac{\mathbf{J}}{n_e e} \wedge \mathbf{B}_0\right]_z + \frac{jm_i}{\omega e}\left(\gamma_e + \frac{\gamma_i}{Z}\right)\Omega^2 u_z, \\ 0 &= [\mathbf{u} \wedge \mathbf{B}_0]_z - \left[\frac{\mathbf{J}}{n_e e} \wedge \mathbf{B}_0\right]_z - \frac{jm_i}{\omega e}\gamma_e \Omega^2 u_z \end{aligned}\right.$$

ou

$$\left\{\begin{aligned} j\omega\frac{m_i}{Ze}u_z\left[1 - (Z\gamma_e + \gamma_i)\frac{\Omega^2}{\omega^2}\right] &= \left[\frac{\mathbf{J}}{n_e e} \wedge \mathbf{B}_0\right]_z, \\ j\omega\frac{m_i}{Ze}u_z\left[1 - \gamma_i\frac{\Omega^2}{\omega^2}\right] &= [\mathbf{u} \wedge \mathbf{B}_0]_z. \end{aligned}\right.$$

Si l'on s'impose la condition $\left|\frac{\Omega^2}{\omega^2}\right| \ll 1$ (nous préciserons plus loin la nature de cette limitation), les termes en $u_z \mathbf{e}_z$ sont négligeables dans les deux équations fondamentales qui s'écrivent

$$\left\{\begin{aligned} j\omega\frac{m_i}{Ze}\mathbf{u} &= \frac{\mathbf{J}}{n_e e} \wedge \mathbf{B}_0, \\ j\omega\frac{m_e}{e}\frac{\mathbf{J}}{n_e e} &= \mathbf{E} + \left(\mathbf{u} - \frac{\mathbf{J}}{n_e e}\right) \wedge \mathbf{B}_0 - \frac{\mathbf{J}}{\gamma}. \end{aligned}\right.$$

On peut mettre la première sous la forme

$$\mathbf{u} = -j\,\frac{\mathbf{J}}{n_e e} \wedge \frac{Ze\mathbf{B}_0}{m_i \omega} = j\,\frac{\mathbf{J}}{n_e e} \wedge \frac{\boldsymbol{\omega}_{ci}}{\omega}.$$

Comme $\omega_{ci} \ll \omega$ nous pourrons négliger $\mathbf{u}$ devant $\frac{\mathbf{J}}{n_e e}$. Nous n'avons donc plus finalement qu'une seule équation hydromagnétique, dans laquelle **u** *ne figure pas*

$$\boxed{j\omega\,\frac{m_e}{e}\,\frac{\mathbf{J}}{n_e e} = \mathbf{E} - \frac{\mathbf{J}}{n_e e} \wedge \mathbf{B}_0 - \frac{\mathbf{J}}{\gamma}.}$$

Le tenseur résistivité *ohmique* **H** défini par $\mathbf{E} = \mathbf{H}.\mathbf{J}$ $\left(\text{différent du tenseur résistivité } collisionnelle \text{ précédent} : \boldsymbol{\eta} = \frac{1}{\gamma}\right)$ a pour expression :

$$\mathbf{H} = \frac{1}{n_e e}\begin{pmatrix} \frac{n_e e}{\gamma} + j\omega\frac{m_e}{e} & B_{0z} & -B_{0y} \\ -B_{0z} & \frac{n_e e}{\gamma} + j\omega\frac{m_e}{e} & B_{0x} \\ B_{0y} & -B_{0x} & \frac{n_e e}{\gamma} + j\omega\frac{m_e}{e} \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{n_e e}\left[\left(\frac{n_e e}{\gamma} + j\omega\frac{m_e}{e}\right)\mathbf{1} + \mathbf{B}_0\right],$$

où $\mathbf{B}_0$ est le bivecteur champ magnétique (3×3 tenseur antisymétrique).

Comme nous nous limitons à l'étude des ondes transversales polarisées rectilignement (**E** et **J** portés par **Ox**) ou circulairement ($\mathbf{E}.\mathbf{e}_z = \mathbf{J}.\mathbf{e}_z = 0$), nous ne pouvons envisager que des champs $\mathbf{B}_0$ rendant le terme $\mathbf{J} \wedge \mathbf{B}_0$ de l'équation ci-dessus nul (polarisation rectiligne) ou transversal : $(\mathbf{J}, \mathbf{B}_0, \mathbf{e}_z) = 0$ (polarisation circulaire). Cette deuxième condition n'est remplie, quel que soit **J** transversal, que si $\mathbf{B}_0$ est porté par **Oz**. Nous allons donc avoir deux cas à considérer :

— $\mathbf{B}_0$ est porté par **Ox** : onde polarisée rectilignement selon **Ox**, indépendante en fait de l'existence ou de l'intensité de $\mathbf{B}_0$ (l'équation fondamentale ne renferme plus $\mathbf{B}_0$; on est dans le même cas, en particulier si $\mathbf{B}_0 = 0$) (*fig.* 7);

— $\mathbf{B}_0$ est porté par **Oz** : onde polarisée circulairement dans le plan (**Ox**, **Oy**) (*fig.* 8).

Avant d'envisager successivement ces deux cas, revenons sur la condition $\left|\frac{\Omega^2}{\omega^2}\right| \ll 1$ pour en préciser le sens.

$$\frac{|\Omega^2|}{\omega^2} = \frac{kT}{m_i}\,\frac{|k^2|}{\omega^2} = \frac{kT}{m_i}\,\frac{|k|^2}{\omega^2} = \frac{kT}{m_i}\left(\frac{1}{V^2} + \frac{Z^2}{\omega^2}\right),$$

$|\Omega^2| \ll \omega^2$ équivaut donc à

$$\frac{1}{V^2} + \frac{Z^2}{\omega^2} \ll \frac{m_i}{kT} = \frac{3}{\overline{w_i^2}}$$

$\left[(\overline{w_i^2})^{\frac{1}{2}}, \text{ vitesse quadratique moyenne des ions.}\right]$

Pour que cette condition soit réalisée, il est nécessaire que

$$\boxed{V^2 \gg \overline{w_i^2},}$$

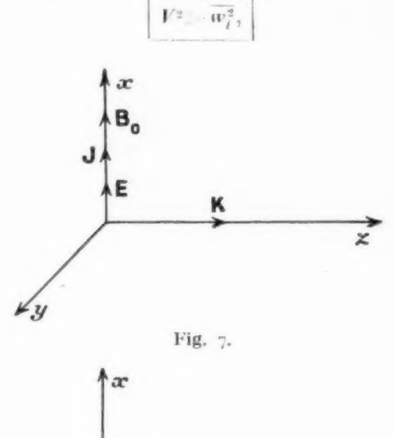


Fig. 7.

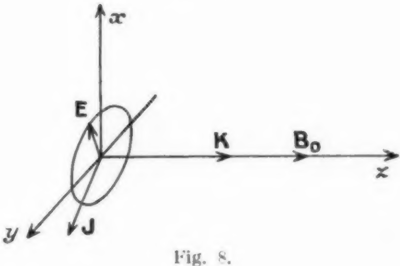


Fig. 8.

c'est-à-dire que la vitesse de phase de l'onde soit grande devant la vitesse quadratique moyenne des ions.

Exemples numériques pour $I^{+Z} = {}^2H^+$:

(P_1) : $T = 10^8\,°K$: $V \gg 6,4 \times 10^5$ m/s;
(P_2) : $T = 10^4\,°K$: $V \gg 6,4 \times 10^3$ m/s.

2.2. $\mathbf{B}_0$ selon Ox (ou nul) : polarisation rectiligne.

Les équations fondamentales s'écrivent

$$\begin{cases} j\omega\,\dfrac{m_e}{e}\,\dfrac{\mathbf{J}}{n_e e} = \mathbf{E} - \dfrac{\mathbf{J}}{\gamma}, \\ \left(\dfrac{\omega^2}{c^2} - k^2\right)\mathbf{E} = j\omega\mu_0\mathbf{J}. \end{cases}$$

J et **E** sont colinéaires, parallèles à la direction fixe **Ox**.

L'élimination de **J** donne

$$\frac{\omega^2}{c^2} - k^2 = \frac{j\omega\mu_0}{\dfrac{1}{\gamma} + j\omega\dfrac{m_e}{n_e e^2}},$$

d'où

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{j\omega^2}{c^2\left(\dfrac{\varepsilon_0\omega}{\gamma} + j\omega^2\dfrac{\varepsilon_0 m_e}{n_e e^2}\right)}.$$

Soit, en posant

$$\boxed{\omega_p = \left(\frac{n_e e^2}{\varepsilon_0 m_e}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

(ω_p est dite « pulsation électronique de plasma »)

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{j\omega^2}{c^2\left(\dfrac{\varepsilon_0\omega}{\gamma} + j\dfrac{\omega^2}{\omega_p^2}\right)} = \frac{\omega^2}{c^2}\left[1 - \frac{j}{\dfrac{\varepsilon_0\omega}{\gamma} + j\dfrac{\omega^2}{\omega_p^2}}\right],$$

Ou, en désignant par ξ, α, $\varkappa$ les quantités sans dimensions :

$$\xi = \frac{\omega}{\omega_p}, \qquad \alpha = \frac{\varepsilon_0\omega_p}{\gamma}, \qquad \varkappa = \frac{\alpha}{\xi(\xi^2+\alpha^2-1)};$$

$$\boxed{k = \frac{\xi\omega_p}{c\sqrt{2}}\left[1 - \frac{1}{\alpha^2+\xi^2}\right]^{\frac{1}{2}} \times \left\{\left[(1+\varkappa^2)^{\frac{1}{2}}+1\right]^{\frac{1}{2}} - j\left[(1+\varkappa^2)^{\frac{1}{2}}-1\right]^{\frac{1}{2}}\right\},}$$

soit

$$k = \frac{\omega}{V} - jZ.$$

Avec

$$V = \frac{c\sqrt{2}}{\left\{\left[1-\dfrac{1}{\alpha^2+\xi^2}\right]\left[(1+\varkappa^2)^{\frac{1}{2}}+1\right]\right\}^{\frac{1}{2}}} \qquad \text{(vitesse de phase)}$$

et

$$Z = \frac{\xi\omega_p}{c\sqrt{2}}\left\{\left[1-\frac{1}{\alpha^2+\xi^2}\right]\left[(1+\varkappa^2)^{\frac{1}{2}}-1\right]\right\}^{\frac{1}{2}}$$

(facteur d'atténuation).

Si $(1+\varkappa^2)^{\frac{1}{2}} - 1 < 1$ soit $\varkappa < 1$, on aura *propagation* (atténuation faible).

Si, par contre, $\varkappa > 1$, on aura *extinction* (atténuation forte).

Il est donc intéressant de tracer, dans le plan (ξ, α) la courbe $\underline{\varkappa = 1}$, d'équation

$$\xi(\xi^2+\alpha^2) - (\xi+\alpha) = 0$$

L'allure de cette cubique circulaire est représentée sur la figure 9. Seule la portion située dans le premier quadrant $\alpha > 0$, $\xi > 0$, nous intéresse.

Il résulte de ce graphique que :

— Si $\xi > 1$ ($\omega > \omega_p$), $\varkappa < 1$ quel que soit α, on a donc toujours *propagation*.

— Si $\xi < 1$ ($\omega < \omega_p$) on aura propagation ou extinction selon que $\alpha > \alpha_l$ ou $\alpha < \alpha_l$; α_l ordonnée du point d'intersection de la courbe $\varkappa = 1$ avec la droite $\xi = (\xi)$ est la racine positive de l'équation

$$\xi\alpha^2 - \alpha + \xi(\xi^2 - 1) = 0;$$

$$\alpha_l = \frac{1 + \left[1 + 4\xi^2(1-\xi^2)\right]^{\frac{1}{2}}}{2\xi}$$

ou, puisque $\xi < 1$

$$\alpha_l = \frac{1}{\xi}.$$

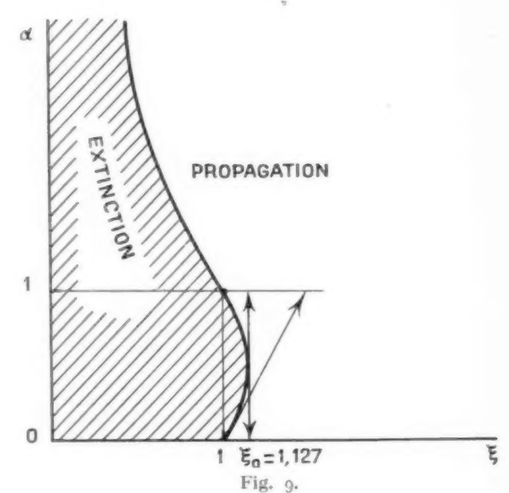


Fig. 9.

Donc :

si $\alpha\xi > 1$, on aura *propagation*;
si $\alpha\xi < 1$, on aura *extinction*.

— Si $\xi = 1$: $\varkappa = \dfrac{1}{\alpha}$,

$$k = \frac{\omega_p}{c\sqrt{2}\left(1+\dfrac{1}{\alpha^2}\right)^{\frac{1}{2}}}\left\{\left[\left(1+\frac{1}{\alpha^2}\right)^{\frac{1}{2}}+1\right]^{\frac{1}{2}} - j\left[\left(1+\frac{1}{\alpha^2}\right)^{\frac{1}{2}}-1\right]^{\frac{1}{2}}\right\}.$$

Si $\alpha > 1$ il y aura *propagation*.

Si $\alpha \not> 1$ ou $\alpha \leqq 1$ on n'aura pas véritablement extinction, mais seulement *propagation fortement atténuée*.

Application numérique. — Nous allons appliquer les

résultats de la discussion précédente aux deux plasmas P_1 et P_2 (*cf.* § 1.7) correspondant l'un (P_1) à $T = 10^8\ {}^\circ K$, $n_i = n_e = 10^{21}\ m^{-3}$, l'autre ($P_2$) à $T = 10^4\ {}^\circ K$, $n_i = n_e = 10^{19}\ m^{-3}$.

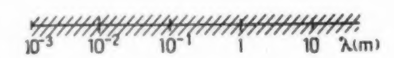
Pour P_1 :

$$\omega_p \sim 1{,}8 \times 10^{12}\ \text{rd/s}, \qquad \gamma = 10^{9}\ \text{S/m};$$

d'où

$$\alpha = \frac{\varepsilon_0 \omega_p}{\gamma} = 1{,}6 \times 10^{-10}.$$

La valeur critique de ξ, pratiquement égale à 1 est atteinte pour $\omega = 1{,}8 \times 10^{12}$ rd/s, soit une onde pour laquelle $\lambda = 10^{-3}$ m $\sim$ 1 mm. Pour $\lambda > 1$ mm on aura toujours extinction.



Pour P_2 :

$$\omega_p = 1{,}8 \times 10^{11}\ \text{rd/s}, \qquad \gamma = 1{,}8 \times 10^{3}\ \text{S/m};$$

d'où

$$\alpha = \frac{\varepsilon_0 \omega_p}{\gamma} = 8{,}85 \times 10^{-4}.$$

La valeur critique de ξ est encore pratiquement $\xi = 1$, atteinte pour $\omega = 1{,}8 \times 10^{11}$ rd/s soit $\lambda \sim 1$ cm. On aura extinction pour $\lambda > 1$ cm, propagation pour $\lambda < 1$ cm.

10⁻³ 10⁻² 10⁻¹ 1 10 10² λ(m)

Dans le cas $\alpha = 0$ (*conductivité γ infinie* : on néglige les chocs) la formule de dispersion se simplifie :

$$\boxed{K = \frac{(\omega^2 - \omega_p^2)^{\frac{1}{2}}}{c}}, \qquad \left\{ \begin{array}{l} V = \dfrac{c}{\left(1 - \dfrac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)^{\frac{1}{2}}}, \\ \chi = 0; \end{array} \right.$$

ω_p apparaît ici nettement comme une *pulsation de coupure* :

Si $\omega > \omega_p$ il y a propagation;
Si $\omega < \omega_p$ il y a extinction.

A cette pulsation $\omega_p = \left(\dfrac{n_e e^2}{\varepsilon_0 m_e}\right)^{\frac{1}{2}}$ correspond la fréquence plasmique de coupure $\nu_p = \dfrac{1}{2\pi}\omega_p$ ou, en unités Giorgi :

$$\boxed{\nu_p = 9 n_e^{\frac{1}{2}}.}$$

Examinons de plus près l'origine *physique* de cette fréquence de coupure : la *propagation* correspond à un courant total $\mathbf{J}_t = \mathbf{J}$ (courant macroscopique) $+ \mathbf{J}_d$ (courant de déplacement $= \dot{\mathbf{D}} = j\omega\varepsilon_0\mathbf{E}$) de *même sens* que le courant de déplacement. Si $\mathbf{J}_t$ et $\mathbf{J}_d$ sont de *sens inverses* il y a *extinction* ($\mathbf{J}$ et $\mathbf{J}_d$ sont parallèles dans les conditions que nous étudions ici).

De la loi d'Ohm généralisée, qui s'écrit ($\gamma\ \infty$) :

$$\frac{m_e}{n_e e^2}\dot{\mathbf{J}} = \mathbf{E},$$

on tire

$$\mathbf{J} = -j\varepsilon_0\frac{\omega_p^2}{\omega} = -\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\mathbf{J}_d.$$

D'où

$$\boxed{\mathbf{J}_t = \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)\mathbf{J}_d.}$$

Si $\omega = \omega_p$, $\mathbf{J}_t = 0$: aucune onde ne se propage : le courant macroscopique annule le courant de déplacement.

Si $\omega > \omega_p$, $\mathbf{J}_t$ et $\mathbf{J}_d$ sont de même sens : il y a propagation. Si $\omega < \omega_p$, $\mathbf{J}_t$ et $\mathbf{J}_d$ sont de sens inverses : il y a extinction.

Pour $\omega < \omega_p$ le coefficient d'extinction χ est donné par

$$\chi = \mathcal{I}(K) = \frac{1}{c}(\omega_p^2 - \omega^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{\omega_p}{c}\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_p^2}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

La distance d'extinction $d_e = \dfrac{1}{\chi}$ (distance au bout de laquelle l'amplitude de l'onde est divisée par *e*) vaut

$$d_e = \frac{c}{\omega_p}\,\frac{1}{\left(1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_p^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

soit, pour $\omega \ll \omega_p$:

$$d_e = \frac{c}{\omega_p} = \frac{\lambda_p}{2\pi},$$

$$\boxed{d_e = \frac{\lambda_p}{2\pi},}$$

λ_p, longueur d'onde « plasmique » correspondant à ω_p.

2.3. $\mathbf{B}_0$ longitudinal (selon $\mathbf{K}$) : polarisation circulaire (*fig.* 8).

Les équations fondamentales sont maintenant

$$\left\{ \begin{array}{l} j\omega\dfrac{m_e}{e}\dfrac{\mathbf{J}}{n_e e} = \mathbf{E} - \dfrac{\mathbf{J}}{n_e e} \wedge \mathbf{B}_0 - \dfrac{\mathbf{J}}{\gamma}, \\ \left(\dfrac{\omega^2}{c^2} - K^2\right)\mathbf{E} = j\omega\mu_0\mathbf{J}. \end{array} \right.$$

avec un terme $\mathbf{J} \wedge \mathbf{B}_0$ non nul, qui produit des composantes de $\mathbf{J}$ et $\mathbf{E}$ perpendiculaires à leur direction initiale $(\mathbf{Ox})$: le plan de polarisation tourne. Pour analyser ce phénomène nous allons envisager la propagation d'une onde

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0\, e^{j(\omega t - kz)}, \qquad \text{avec} \quad \mathbf{E}_0 = \frac{E_0}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_x + j\eta_i \mathbf{e}_y)$$

polarisée circulairement, $\eta_i = \pm 1$ ($\eta_i = +1$ correspond à une polarisation circulaire droite, $\eta_i = -1$ à une polarisation circulaire gauche)

$$\mathcal{R}(\mathbf{E}_+) = \frac{E_0}{\sqrt{2}}\{\mathbf{e}_x \cos(\omega t - kz) - \mathbf{e}_y \sin(\omega t - kz)\} \qquad \text{(dextrogyre)}.$$

$$\mathcal{R}(\mathbf{E}_-) = \frac{E_0}{\sqrt{2}}\{\mathbf{e}_x \cos(\omega t - kz) + \mathbf{e}_y \sin(\omega t - kz)\} \qquad \text{(lévogyre)}.$$

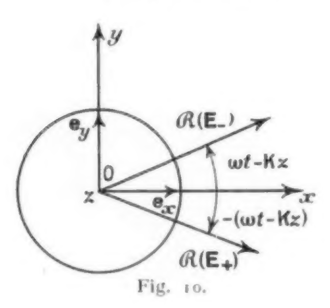


Fig. 10.

$\mathbf{J}$ est de même polarisé circulairement.

La loi d'Ohm généralisée s'écrit :

$$\frac{J_0}{\sqrt{2}} e^{j(\omega t - kz + \varphi)}\left[\left(j\omega \frac{m_e}{n_e e^2} + \frac{1}{\nu}\right)(\mathbf{e}_x + j\eta_i \mathbf{e}_y) + \frac{B_0}{n_e e}(\mathbf{e}_x + j\eta_i \mathbf{e}_y) \wedge \mathbf{e}_z\right]$$
$$= \frac{E_0}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_x + j\eta_i \mathbf{e}_y)\, e^{j(\omega t - kz)}$$

ou, puisque

$$(\mathbf{e}_x + j\eta_i \mathbf{e}_y) \wedge \mathbf{e}_z = -\mathbf{e}_y + j\eta_i \mathbf{e}_x = j\eta_i(\mathbf{e}_x + j\eta_i \mathbf{e}_y),$$

$$J_0\, e^{j\varphi}\left[j\omega \frac{m_e}{n_e e^2} + \frac{1}{\nu} + j\eta_i \frac{B_0}{n_e e}\right] = E_0$$

$$J_0 = \frac{E_0\, e^{-j\varphi}}{\dfrac{1}{\nu} + j\left[\dfrac{\omega m_e}{n_e e^2} + \eta_i \dfrac{B_0}{n_e e}\right]},$$

$$J_0 = E_0\, e^{-j\varphi} \frac{\dfrac{n_e e^2}{m_e \omega}}{\dfrac{n_e e^2}{m_e \omega \nu} + j\left[1 + \eta_i \dfrac{e B_0}{m_e \omega}\right]}.$$

Soit, en posant

$$\frac{\omega}{\omega_p} = \omega\left(\frac{\varepsilon_0 m_e}{n_e e^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \xi,$$

$$\frac{\omega}{\omega_{ce}} = \frac{\omega m_e}{e B_0} = \frac{\xi}{\beta} \qquad \text{et} \qquad \alpha = \frac{\varepsilon_0 \omega_p}{\nu},$$

on a

$$J_0 = \frac{\varepsilon_0 E_0\, e^{-j\varphi}}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\dfrac{\alpha}{\xi} + j\left[1 + \eta_i \dfrac{\beta}{\xi}\right]}.$$

Et par suite, en portant cette dernière expression dans

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right)\frac{E_0}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_x + j\eta_i \mathbf{e}_y)\, e^{j(\omega t - kz)}$$
$$= j\omega\mu_0 \frac{J_0}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_x + j\eta_i \mathbf{e}_y)\, e^{j(\omega t - kz + \varphi)}$$

soit

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right) E_0 = j\omega\mu_0 J_0\, e^{j\varphi},$$

il vient

$$\frac{\omega^2}{c^2} - k^2 = \frac{\omega_p^2 \xi^2}{c^2} \frac{1 + \dfrac{\eta_i \beta}{\xi} + j\dfrac{\alpha}{\xi}}{\alpha^2 + (\xi + \eta_i \beta)^2}.$$

D'où

$$k^2 = \frac{\omega_p^2 \xi^2}{c^2}\left[1 - \frac{1 + \dfrac{\eta_i \beta}{\xi} + j\dfrac{\alpha}{\xi}}{\alpha^2 + (\xi + \eta_i \beta)^2}\right].$$

Et, en posant

$$\varpi = \frac{\alpha}{\xi\left\{\alpha^2 + (\xi + \eta_i \beta)^2 - 1 - \dfrac{\eta_i \beta}{\xi}\right\}},$$

on a

$$\boxed{k = \frac{\omega_p \xi}{c\sqrt{2}}\left[1 - \frac{1 + \dfrac{\eta_i \beta}{\xi}}{\alpha^2 + (\xi + \eta_i \beta)^2}\right]^{\frac{1}{2}} \times \left\{\left[(1 + \varpi^2)^{\frac{1}{2}} + 1\right]^{\frac{1}{2}} - j\left[(1 + \varpi^2)^{\frac{1}{2}} - 1\right]^{\frac{1}{2}}\right\}}$$

ou

$$k = \frac{\omega}{V} - j\chi,$$

avec

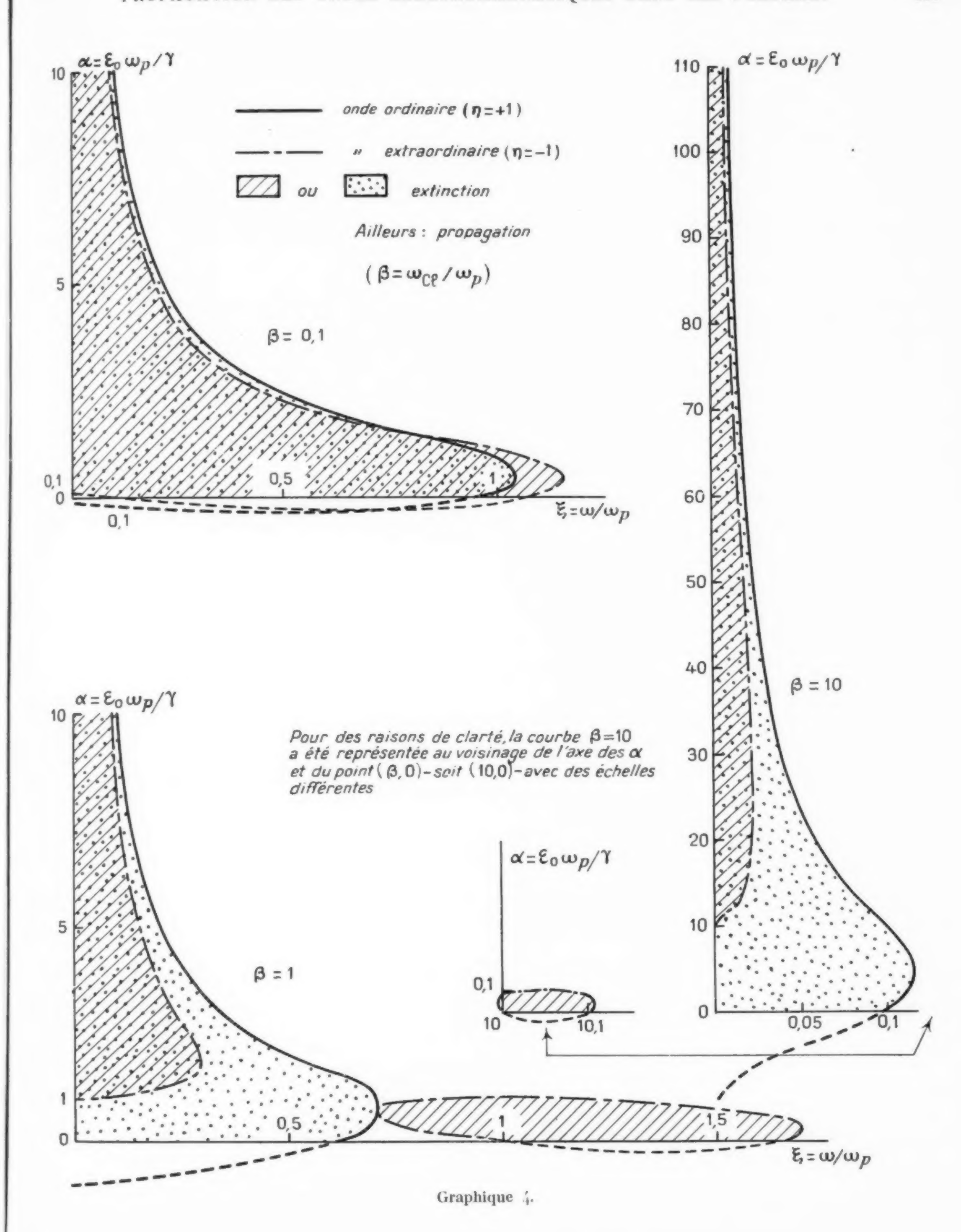
$$V = \frac{c\sqrt{2}}{\left\{\left[1 - \dfrac{1 + \dfrac{\eta_i \beta}{\xi}}{\alpha^2 + (\xi + \eta_i \beta)^2}\right]\left[(1 + \varpi^2)^{\frac{1}{2}} + 1\right]\right\}^{\frac{1}{2}}}$$

(vitesse de phase).

$$\chi = \frac{\omega_p \xi}{c\sqrt{2}}\left\{\left[1 - \frac{1 + \dfrac{\eta_i \beta}{\xi}}{\alpha^2 + (\xi + \eta_i \beta)^2}\right]\left[(1 + \varpi^2)^{\frac{1}{2}} - 1\right]\right\}^{\frac{1}{2}}$$

(coefficient d'atténuation).

Ces deux expressions contiennent η_i, on a donc *biréfringence* et *dichroïsme*. L'onde $\eta_i = +1$, qui correspond à un $\mathbf{E}$ dextrogyre (sens de rotation


α = ε₀ ωp/γ
onde ordinaire (η = +1)
" extraordinaire (η = −1)
ou
extinction
Ailleurs : propagation
(β = ωcℓ/ωp)
β = 0,1
10
5
0,1
0
0,1
0,5
1
ξ = ω/ωp
β = 10
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0,05
0,1
Pour des raisons de clarté, la courbe β = 10
a été représentée au voisinage de l'axe des α
et du point (β, 0) – soit (10, 0) – avec des échelles
différentes
0,1
10
10,1
β = 1
1,5

Graphique 4.

cyclotron des ions : $\omega_{ci} = -\frac{QB_0}{m} = -\frac{ZeB_0}{m}$) est l'onde *ordinaire* (V_+, χ_+).

L'onde $\eta = -1$, lévogyre, est l'onde *extraordinaire* (V_-, χ_-).

La discussion est semblable à la précédente :

Si $\varpi < 1$, on aura *propagation* (atténuation faible).

Si, au contraire $\varpi > 1$ on aura *extinction* (atténuation forte).

Il est donc intéressant de tracer dans le plan (ξ, α) les courbes $\varpi = 1$. Ces courbes forment une famille à un paramètre : ω_{ce} ou mieux :

$$\beta = \frac{\omega_{ce}}{\omega_p}.$$

La courbe C_3 a pour équation

$$\boxed{\xi(\xi^2 + \alpha^2) + 2\eta\beta\xi^2 + [(\beta^2 - 1)\xi - \alpha] - \eta\beta = 0.}$$

Si le premier membre $P(\xi, \alpha)$ est > 0, $\varpi < 1$: on a *propagation*, si $P(\xi, \alpha) < 0$, $\varpi > 1$: on a *atténuation*.

Ces cubiques circulaires ont été construites (graphique ci-contre) pour trois valeurs de β :

$$\beta = \frac{1}{10} \quad \left(\omega_{ce} = \frac{\omega_p}{10}\right), \qquad \beta = 1 \quad (\omega_{ce} = \omega_p)$$
$$\beta = 10 \quad (\omega_{ce} = 10\,\omega_p).$$

Il est intéressant de déterminer les abscisses des points d'intersection des courbes C_3 avec l'axe des ξ. Ce sont les racines de l'équation

$$Q_\eta(x) = (\xi + \eta\beta)[\xi(\xi + \eta\beta) - 1] = 0$$

soit

$$\xi = -\eta\beta, \qquad \xi = -\frac{\eta\beta}{2} \pm \left(1 + \frac{\beta^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Notons que, si nous faisons

$$\xi^3 + 2\eta\beta\xi^2 + (\beta^2 - 1)\xi - \eta\beta = 0 \qquad \text{dans} \quad P(\xi, \alpha) = 0,$$

nous trouvons

$$\xi\alpha^2 - \alpha = 0,$$

soit évidemment $\alpha = 0$, et, en outre, $\alpha = \frac{1}{\xi}$: les droites parallèles à l'asymptote $\xi = 0$ et issues des points d'intersection des courbes C_3 avec l'axe des ξ, recoupent ces courbes aux points (un par courbe $C_{3,\eta}$) d'ordonnée $\alpha = \frac{1}{\xi}$.

Plus généralement la courbe $C_{3,\eta}$ est coupée par la droite $\xi = (\xi)$ en deux points d'ordonnées :

$$\alpha = \frac{1 \pm [1 - 4\xi Q_\eta(\xi)]^{\frac{1}{2}}}{2\xi}.$$

Les abscisses des points à tangentes verticales sont donc racines de

$$1 - 4\xi Q_\eta(\xi) = 0,$$
$$1 - 4(\xi^2 + \eta\beta\xi)(\xi^2 + \eta\beta\xi - 1) = 0$$

soit en posant $u = \xi^2 + \eta\beta\xi - 1$:

$$1 - 4u(u + 1) = 0,$$

$$u^2 + u - \frac{1}{4} = 0, \qquad u = -\frac{1}{2} \pm \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}};$$

d'où

$$\xi = -\frac{\eta\beta}{2} \pm \left[\frac{\beta^2}{4} + \frac{1}{2} \pm \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{2}},$$

Pour $\eta = +1$ (onde ordinaire), on a une seule racine positive

$$\xi^{+} = -\frac{\beta}{2} + \left[\frac{\beta^2}{4} + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{2}},$$

Pour $\eta = -1$ (onde extraordinaire), trois racines positives

$$\xi^{-} = \frac{\beta}{2} + \left[\frac{\beta^2}{4} + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{2}},$$

$$\xi^{-} = \frac{\beta}{2} + \left[\frac{\beta^2}{4} + \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{2}},$$

$$\xi^{-} = \frac{\beta}{2} - \left[\frac{\beta^2}{4} + \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{2}},$$

si $\frac{\beta^2}{4} + \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} > 0$, soit

$$\beta > \beta_0 = 0{,}91 ;$$

ou une racine positive (réelle) :

$$\xi^{-} = \frac{\beta}{2} + \left[\frac{\beta^2}{4} + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad \text{si} \quad \beta < \beta_0.$$

Ceci conduit à la discussion suivante :

A. *Onde ordinaire* ($\eta = +1$). — Si

$$\xi > \left[1 + \frac{\beta^2}{4}\right]^{\frac{1}{2}} - \frac{\beta}{2},$$

il y a *propagation* quel que soit α (lorsque $\beta < 1$

cette condition s'écrit $\xi > 1$, lorsque $\beta > 1$ elle s'écrit $\xi > \frac{1}{\beta}\Big)$.

— Si $\xi < 1$, il y a *propagation* pour $\alpha > \frac{1}{\xi}$, *extinction* pour $\alpha < \frac{1}{\xi}$.

B. *Onde extraordinaire* ($\tau_i = -1$). — *a.* $\beta > \beta_0 = 0{,}91$: $C_{3,-}$ comporte deux branches dans le premier quadrant. Quatre bandes (en ξ) peuvent être distinguées.

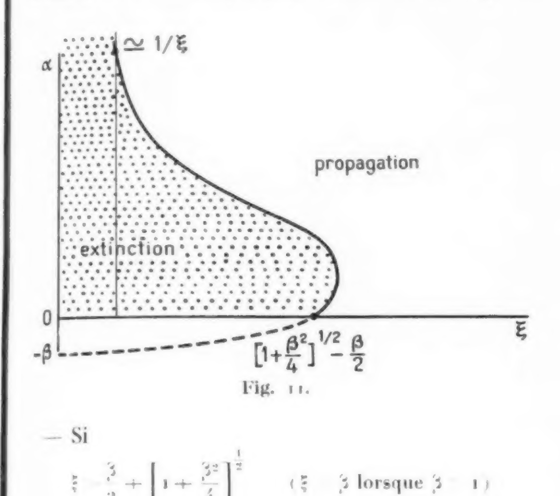


Fig. 11.

— Si

$$\xi > \frac{\beta}{2} + \left[1 + \frac{\beta^2}{4}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (\xi > \beta \text{ lorsque } \beta \gg 1)$$

il y a *propagation* quel que soit α.

— Si

$$\beta < \xi < \frac{\beta}{2} + \left[1 + \frac{\beta^2}{4}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad \left(\beta < \xi < \beta + \frac{1}{\beta} \text{ si } \beta > 1\right)$$

il y a *propagation* si $\alpha > \frac{1}{\beta}$, *extinction* si $\alpha < \frac{1}{\beta}$.

— Si

$$\frac{\beta}{2} - \left[\frac{\beta^2}{4} + \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{2}} < \xi < \beta$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2\beta} < \xi < \beta \text{ si } \beta > 1\right)$$

il y a *propagation* quel que soit α.

— Si

$$\xi < \frac{\beta}{2} - \left[\frac{\beta^2}{4} + \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad \left(\xi < \frac{\sqrt{2}-1}{2\beta} \text{ si } \beta > 1\right)$$

il y a *propagation* si $\alpha < \beta$ ou $\alpha > \frac{1}{\xi}$, *extinction* si $\beta < \alpha < \frac{1}{\xi}$.

b. $\beta < \beta_0 = 0{,}91$: $C_{3,-}$ comporte une seule branche.

— Si

$$\xi > \frac{\beta}{2} + \left[\frac{\beta^2}{4} + 1\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (\xi > 1 \text{ si } \beta \ll 1)$$

il y a *propagation* quel que soit α.

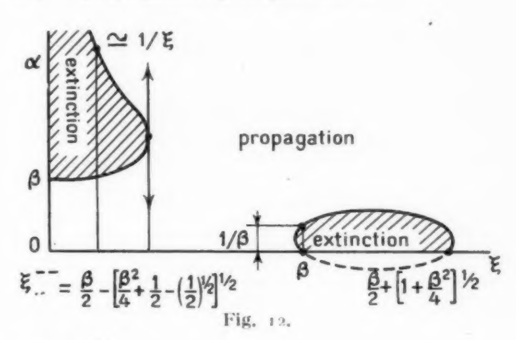


Fig. 12.

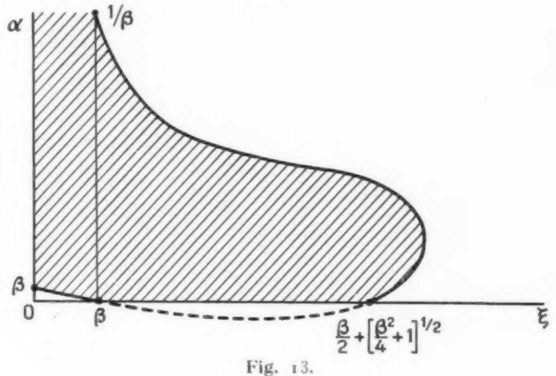


Fig. 13.

— Si

$$\beta < \xi < \frac{\beta}{2} + \left[\frac{\beta^2}{2} + 1\right]^{\frac{1}{2}}$$

il y a *propagation* si $\alpha > \frac{1}{\beta}$, *extinction* si $\alpha < \frac{1}{\beta}$.

— Si $\xi < \beta$ il y a *propagation* si $\alpha < \beta$ ou $\alpha > \frac{1}{\xi}$, *extinction* si $\beta < \alpha < \frac{1}{\xi}$.

Application numérique. — Nous adoptons pour fixer les idées (*cf.* § 1.7, 1[re] partie) les deux valeurs 100 gauss et 1 tesla ($1\,\mathrm{T} = 10^4\,\mathrm{Gs}$) pour B_0 :

$$\omega_{ce} = \frac{e B_0}{m},$$

$$\omega_{ce}(10\,\mathrm{Gs}) = 1{.}8 \times 10^9\ \mathrm{rd/s} \qquad \omega_{ce}(1\,\mathrm{T}) = 1{,}8 \times 10^{11}\ \mathrm{rd/s}.$$

P_1 :

$$\omega_p = 1{.}8 \times 10^{12}\ \mathrm{rd/s}; \qquad \beta(100\,\mathrm{Gs}) = 10^{-3} < 0{.}91 = \beta_0;$$
$$\beta(1\,\mathrm{T}) = 0{.}1 < 0{.}91 = \beta_0.$$

$\alpha = 1{,}6 \times 10^{-10}$ est, dans les deux cas inférieur à β : λ étant supérieur à 1 mm, on a $\xi < 1$.

Onde ordinaire :

$$\left[1+\frac{\beta^2}{4}\right]^{\frac{1}{2}} - \frac{\beta}{2} \sim 1 \text{ pour } B_0 = 100 \text{ Gs} = 0{,}01 \text{ T ou } 1 \text{ T : extinction}$$

$B_0 = 100$ Gs
10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} 1 10 10^2 10^3 λ(m)
$B_0 = 1$ T
onde ordinaire

: *extinction*

Onde extraordinaire :

$$\beta < \beta_0.\ \frac{\beta}{2} + \left[\frac{\beta^2}{4}+1\right]^{\frac{1}{2}} \sim 1 \text{ pour } B_0 = 100 \text{ Gs ou } 1 \text{ T}.$$

α étant inférieur à β, on aura extinction pour $\beta < \xi < 1$, soit 1 mm $< \lambda <$ 1 m (100 Gs) ou 1 mm $< \lambda <$ 1 cm (1 T), propagation partout ailleurs

$B_0 = 100$ Gs
10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} 1 10 10^2 λ(m)
$B_0 = 1$T
onde extraordinaire

P_2 :

$$\omega_p = 1{,}8 \times 10^{11} \text{ rd/s},$$

$$\beta(100 \text{ Gs}) = 10^{-2} < 0{,}91 = \beta_0, \qquad \beta(1 \text{ T}) = 1 > 0{,}91 = \beta_0$$

$\alpha = 8{,}85 \times 10^{-4} < \beta$ pour 100 Gs comme pour 1 T.

Onde ordinaire :

$$\left[1+\frac{\beta^2}{4}\right]^{\frac{1}{2}} - \frac{\beta}{2} \sim 1 \text{ pour } B_0 = 100 \text{ Gs} = 0{,}01 \text{ T ;}$$
$$\sim 0{,}61 \quad \text{pour} \quad B_0 = 1 \text{ T}.$$

$\xi = 1$ correspond à $\lambda = 1$ cm, $\xi = 0{,}61$ à $\lambda = 1{,}65$ cm :

$B_0 = 100$ Gs
10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} 1 10 10^2 10^3 λ(m)
$B_0 = 1$T
1,65 cm
onde ordinaire

Onde extraordinaire :

Pour $B_0 = 100$ Gs : $\alpha < \beta$, extinction pour $10^{-2} < \xi < 1$, soit 1 cm $< \xi <$ 1 m.

Pour $B_0 = 1$ T : $\alpha < \frac{1}{\beta}$ et $> \beta$, extinction pour $\beta < \xi < \frac{\beta}{2} + \left(\frac{\beta^2}{4}+1\right)^{\frac{1}{2}}$, soit $1 < \xi < 1{,}62$ ou 0,6 cm $< \lambda <$ 1 cm.

$B_0 = 100$Gs
10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} 1 10 10^2 λ(m)
$B_0 = 1$T
0,6 cm
onde extraordinaire

Pour une conductivité γ infinie (chocs négligés), $\varpi = 0$, et K est réel. On a alors propagation non atténuée ($\chi = 0$), avec une vitesse de phase V :



$$V = \frac{c}{\left[1 - \dfrac{1}{\xi^2\left(1+\dfrac{\eta_i\beta}{\xi}\right)}\right]^{\frac{1}{2}}}$$

ou

$$\boxed{V = \frac{c}{\left[1 - \dfrac{\omega_p^2}{\omega^2}\ \dfrac{1}{1+\dfrac{\eta_i\omega_{ce}}{\omega}}\right]^{\frac{1}{2}}}\ ;}$$

$$V = c\left[\frac{\xi^2+\eta_i\beta\xi}{\xi^2+\eta_i\beta\xi-1}\right]^{\frac{1}{2}} = c\left[1+\frac{1}{\xi^2+\eta_i\beta\xi-1}\right]^{\frac{1}{2}};$$

$\xi^2 + \eta_i\beta\xi - 1$ a pour zéros $\dfrac{-\eta_i\beta}{2} \pm \left(\dfrac{\beta^2}{4}+1\right)^{\frac{1}{2}}$.

A. *Onde ordinaire* : $\eta_i = +1$:

V sera réel pour $\xi > -\dfrac{\beta}{2} + \left(\dfrac{\beta^2}{4}+1\right)^{\frac{1}{2}}$.

$$V = c\left\{\frac{\xi(\xi+\beta)}{\left\{\xi-\left[-\dfrac{\beta}{2}+\left(\dfrac{\beta^2}{4}+1\right)^{\frac{1}{2}}\right]\right\}\left\{\xi+\left[\dfrac{\beta}{2}+\left(\dfrac{\beta^2}{4}+1\right)^{\frac{1}{2}}\right]\right\}}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

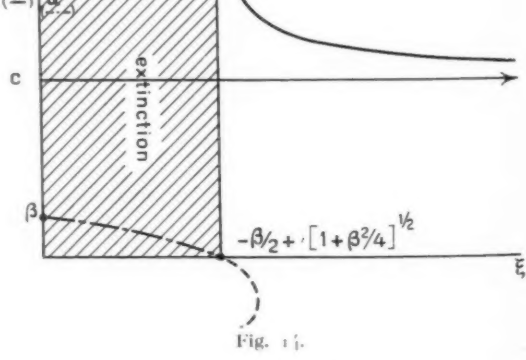


Fig. 14.

Ce résultat concorde avec celui obtenu par considération des courbes C_{β} : $-\dfrac{\beta}{2} + \left(\dfrac{\beta^2}{4}+1\right)^{\frac{1}{2}}$ est l'abs-

cisse du point d'intersection de cette courbe (rappelée en tireté sur la figure ci-dessus) avec l'axe des ξ.

B. *Onde extraordinaire* : $\tau_i = -1$:

$$V = c\left(\frac{\xi(\xi-\beta)}{\left\{\xi-\left[\frac{\beta}{2}+\left(\frac{\beta^2}{4}+1\right)^{\frac{1}{2}}\right]\right\}\times\left\{\xi+\left[-\frac{\beta}{2}+\left(\frac{\beta^2}{4}+1\right)^{\frac{1}{2}}\right]\right\}}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

V est réel pour $\xi < \beta$ et $\xi > \frac{\beta}{2}+\left(\frac{\beta^2}{4}+1\right)^{\frac{1}{2}}$.

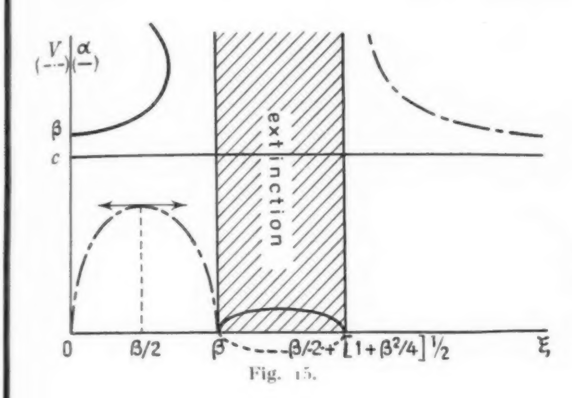


Fig. 15.

Entre 0 et β, V présente un maximum ($\xi^2-\beta\xi-1$ minimum) pour $\xi=\frac{\beta}{2}$, égal à

$$V_{\min} = c\left[1-\frac{1}{1+\frac{\beta^2}{4}}\right]^{\frac{1}{2}}.$$

Ces résultats concordent également avec ceux donnés par l'étude des courbes C_3 (rappelées ci-dessus).

3. ONDES HYDROMAGNÉTIQUES.

3.1. Généralités.

Ce sont des ondes qui apparaissent, rappelons-le, en présence d'un champ magnétique extérieur $\mathbf{B}_0$ imposé, pour des pulsations $\omega \ll \omega_{ci}$. Les termes en $\mathbf{u}$ qu'on négligeait dans les ondes électromagnétiques proprement dites ($\omega \gg \omega_{ci}$) doivent être ici conservés. L'originalité des ondes hydromagnétiques provient de leur existence.

L'hypothèse $\omega \ll \omega_{ci}$ permet, par contre, de négliger d'autres termes dans les deux équations fondamentales de l'hydromagnétisme :

$$\begin{cases} j\omega\dfrac{m_i}{Ze}\mathbf{u} = \dfrac{\mathbf{J}}{n_e e}\wedge\mathbf{B}_0+\dfrac{jm_i}{\omega e}\left(\gamma_e+\dfrac{\gamma_i}{Z}\right)\Omega^2 u_z\mathbf{e}_z, \\ j\omega\dfrac{m_e}{e}\dfrac{\mathbf{J}}{n_e e} = \mathbf{E}+\left(\mathbf{u}-\dfrac{\mathbf{J}}{n_e e}\right)\wedge\mathbf{B}_0 \\ \qquad -\dfrac{jm_i}{\omega e}\gamma_e\Omega^2 u_z\mathbf{e}_z-\dfrac{\mathbf{J}}{\gamma}, \end{cases}$$

assavoir $j\omega\frac{m_e}{e}\frac{\mathbf{J}}{n_e e}$ et $\frac{\mathbf{J}}{n_e e}\wedge\mathbf{B}_0$ devant $\mathbf{u}\wedge\mathbf{B}_0$. De la première équation, on tire en effet

$$\begin{aligned}\mathbf{u}\wedge\mathbf{B}_0 &= -j\frac{Ze\mathbf{B}_0}{\omega m_i}\frac{\mathbf{J}.\mathbf{B}_0}{n_e e}+j\frac{Ze}{\omega m_i}B_0^2\frac{\mathbf{J}}{n_e e} \\ &\quad+\frac{Z\Omega^2}{\omega^2}\left(\gamma_e+\frac{\gamma_i}{Z}\right)u_z\mathbf{e}_z\wedge\mathbf{B}_0 \\ &= j\frac{\omega_{ci}}{\omega}\frac{\mathbf{J}.\mathbf{B}_0}{n_e e}+j\frac{\omega_{ci}}{\omega}B_0\frac{\mathbf{J}}{n_e e} \\ &\quad+\frac{Z\Omega^2}{\omega^2}\left(\gamma_e+\frac{\gamma_i}{Z}\right)u_z\mathbf{e}_z\wedge\mathbf{B}_0,\end{aligned}$$

$$j\omega\frac{m_e}{e}\frac{\mathbf{J}}{n_e e} = j\frac{\omega}{\omega_{ce}}B_0\frac{\mathbf{J}}{n_e e} \quad \text{et} \quad \frac{\mathbf{J}}{n_e e}\wedge\mathbf{B}_0$$

sont négligeables devant $j\frac{\omega_{ci}}{\omega}B_0\frac{\mathbf{J}}{n_e e}$, donc devant $\mathbf{u}\wedge\mathbf{B}_0$ ($\omega \ll \omega_{ci} < \omega_{ce}$).

Les deux équations fondamentales de l'hydromagnétisme s'écrivent donc maintenant

$$\begin{cases} j\omega\dfrac{m_i}{Ze}\mathbf{u} = \dfrac{\mathbf{J}}{n_e e}\wedge\mathbf{B}_0+\dfrac{jm_i}{\omega e}\left(\gamma_e+\dfrac{\gamma_i}{Z}\right)\Omega^2 u_z\mathbf{e}_z, \\ 0 = \mathbf{E}+\mathbf{u}\wedge\mathbf{B}_0-\dfrac{jm_i}{\omega e}\gamma_e\Omega^2 u_z\mathbf{e}_z-\dfrac{\mathbf{J}}{\gamma}. \end{cases}$$

Nous étudierons deux types particulièrement simples d'ondes hydromagnétiques : l'onde transversale d'Alfvén et l'onde longitudinale. Le qualificatif correspond au caractère (transversal ou longitudinal) de $\mathbf{u}$.

3.2. Onde hydromagnétique transversale d'Alfvén.

Dans cette onde, étudiée pour la première fois par Alfvén en 1942, $\mathbf{B}_0$ est longitudinal (selon **Oz**); $\mathbf{u}$ est alors *transversal* (selon **Oy**); la polarisation est rectiligne : $\mathbf{E}$ et $\mathbf{J}$ restent disposés selon **Ox** (*fig.* 16).

$u_z = 0$ et les équations fondamentales s'écrivent :

$$\begin{cases} j\omega\dfrac{m_i}{Ze}\mathbf{u} = \dfrac{\mathbf{J}}{n_e e}\wedge\mathbf{B}_0, \\ 0 = \mathbf{E}+\mathbf{u}\wedge\mathbf{B}_0-\dfrac{\mathbf{J}}{\gamma} \end{cases}$$

auxquelles il faut joindre

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2}-k^2\right)\mathbf{E} = j\omega\mu_0\mathbf{J}.$$

d'où, en projection,

$$\left\{\begin{aligned} j\omega\frac{m_i}{Ze}u &= -\frac{J}{n_e e}B_0,\\ 0 &= E + uB_0 - \frac{J}{\gamma},\\ \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right)E &= j\omega\mu_0 J. \end{aligned}\right.$$

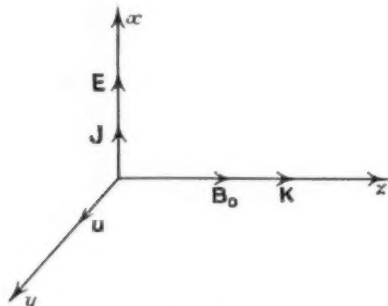


Fig. 16.

L'élimination de E, J, u donne

$$\begin{vmatrix} 0 & \dfrac{B_0}{n_e e} & j\omega\dfrac{m_i}{Ze} \\ 1 & -\dfrac{1}{\gamma} & B_0 \\ \dfrac{\omega^2}{c^2} - k^2 & -j\omega\mu_0 & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

d'où

$$\frac{\omega^2}{c^2} - k^2 = -\mu_0\omega^2\frac{m_i}{\dfrac{ZB_0^2}{n_e} + j\omega\dfrac{m_i}{\gamma}} = -\mu_0\omega^2\frac{\dfrac{M}{B_0^2}}{1 + j\omega\dfrac{M}{\gamma B_0^2}}$$

($M = n_i m_i$: masse volumique),

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left[1 + \frac{M}{\varepsilon_0 B_0^2}\,\frac{1}{1 + j\omega\dfrac{M}{\gamma B_0^2}}\right].$$

Posons $\sigma = \dfrac{M}{\varepsilon_0 B_0^2}$. On a, avec les notations déjà utilisées $\left(\xi = \dfrac{\omega}{\omega_p},\ \alpha = \dfrac{\varepsilon_0\omega_p}{\gamma}\right)$

$$k^2 = \frac{\xi^2\omega_p^2}{c^2(1 + \xi^2\alpha^2\sigma^2)}\left[(1 + \xi^2\alpha^2\sigma^2 + \sigma) - j\xi\alpha\sigma^2\right].$$

Et par suite, en posant

$$\tau = \frac{\alpha\xi\sigma^2}{1 + \sigma + \xi^2\alpha^2\sigma^2}.$$

ou, comme $\sigma \gg 1$ dans le domaine que nous avons délimité

$$\tau = \frac{\alpha\xi\sigma}{1 + \sigma\alpha^2\xi^2},$$

on obtient la relation de dispersion

$$(3.3)\qquad \boxed{k = \frac{\xi\omega_p}{c\sqrt{2}}\left[1 + \frac{\sigma}{1 + \xi^2\alpha^2\sigma^2}\right]^{\frac{1}{2}} \times \left\{\left[(1 + \tau^2)^{\frac{1}{2}} + 1\right]^{\frac{1}{2}} - j\left[(1 + \tau^2)^{\frac{1}{2}} - 1\right]^{\frac{1}{2}}\right\}.}$$

Soit

$$k = \frac{\omega}{V} - j\chi.$$

Avec

$$V = \frac{c\sqrt{2}}{\left\{\left[1 + \dfrac{\sigma}{1 + \xi^2\alpha^2\sigma^2}\right]\left[(1 + \tau^2)^{\frac{1}{2}} + 1\right]\right\}^{\frac{1}{2}}}$$

(vitesse de phase),

$$\chi = \frac{\xi\omega_p}{c\sqrt{2}}\left\{\left[1 + \frac{\sigma}{1 + \xi^2\alpha^2\sigma^2}\right]\left[(1 + \tau^2)^{\frac{1}{2}} - 1\right]\right\}^{\frac{1}{2}}$$

(coefficient d'atténuation).

Si $\tau < 1$, on a *propagation* (atténuation faible); si, au contraire, $\tau > 1$, on a *extinction* (atténuation forte).

Il est donc intéressant de considérer, dans le plan (ξ, α) la courbe $\tau = 1$, d'équation

$$\alpha^2\xi^2 - \alpha\xi + \frac{1}{\sigma} = 0.$$

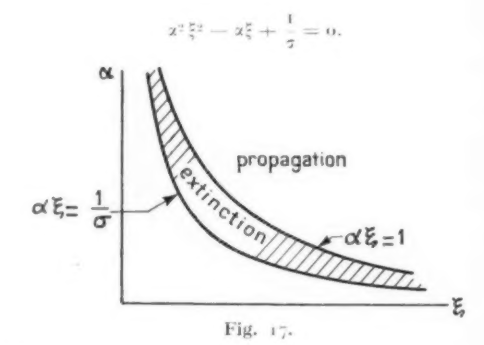


Fig. 17.

Soit

$$\alpha\xi = \frac{1}{2} \pm \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\sigma}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\left(1 - \frac{2}{\sigma}\right) \qquad (\sigma \gg 1),$$

$$\alpha\xi \begin{cases} 1 - \dfrac{1}{\sigma} \simeq 1 \\ \dfrac{1}{\sigma} \end{cases}$$

La courbe $\tau = 1$ se compose de deux hyperboles équilatères. On a extinction entre les deux hyperboles, propagation ailleurs.

Application numérique. — On doit avoir $\omega \ll \omega_{ci}$. Adoptons par exemple $\omega < \dfrac{\omega_{ci}}{100}$:

$$\omega_{ci}(100\ \mathrm{Gs}) = 4{,}8\times 10^{5}\ \mathrm{rd/s}, \quad \omega_{ci}(1\ \mathrm{T}) = 4{,}8\times 10^{7}\ \mathrm{rd/s}.$$

On aura des ondes hydromagnétiques pour $\omega\,(100\ \text{Gs}) < 4{,}8 \times 10^3$ rd/s, $\omega\,(1\text{T}) < 4{,}8 \times 10^5$ rd/s.

Ceci conduit pour ξ aux valeurs limites :

$$\xi_{P_1}(100\ \text{Gs}) = \frac{4{,}8 \times 10^3}{1{,}8 \times 10^{12}} = 2{,}7 \times 10^{-9},$$

$$\xi_{P_1}(1\ \text{T}) = \frac{4{,}8 \times 10^5}{1{,}8 \times 10^{12}} = 2{,}7 \times 10^{-7},$$

$$\xi_{P_2}(100\ \text{Gs}) = \frac{4{,}8 \times 10^3}{1{,}8 \times 10^{11}} = 2{,}7 \times 10^{-8},$$

$$\xi_{P_2}(1\ \text{T}) = \frac{4{,}8 \times 10^5}{1{,}8 \times 10^{11}} = 2{,}7 \times 10^{-6}.$$

La condition d'extinction $\frac{1}{\alpha\sigma} < \xi < \frac{1}{\sigma}$ ne sera jamais réalisée car $\frac{1}{\alpha\sigma}$ est dans les quatre cas supérieur au ξ limite : dans les quatre cas, il y aura propagation.

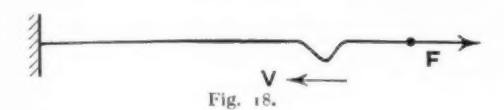


Fig. 18.

Pour une conduction γ infinie ($\alpha = 0$), on voit qu'il y a toujours propagation. La vitesse de phase est alors égale à

$$(3.4)\quad V = \frac{c}{(1+\sigma)^{\frac{1}{2}}} = \frac{c}{\left(1 + \dfrac{M}{\varepsilon_0 B_0^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \left(\sim \frac{c B_0}{\left(\dfrac{M}{\varepsilon_0}\right)^{\frac{1}{2}}} \text{ si } \sigma \gg 1 \right)$$

Fig. 19.

Le nom d'hydromagnétique donné par Alfvén à ce type d'ondes vient de ce qu'on peut les considérer comme traduisant la propagation d'un ébranlement le long d'une ligne de force magnétique. Si une corde élastique est soumise à une tension **F**, elle propage des vibrations transversales avec une vitesse $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$, μ désignant la densité linéaire de masse de la corde. Considérons les lignes de force magnétiques comme de telles cordes élastiques. Leur distribution étant continue, il faut substituer à la tension **F** (force) une densité aréolaire $\mathcal{F}$ de tension (pression). Cette pression magnétique est exercée à chaque extrémité et égale à la densité volumique d'énergie magnétique $\frac{B_0^2}{2\mu_0}$. Ceci équivaut à une tension double exercée à l'une des extrémités soit $\frac{B_0^2}{\mu_0}$. La vitesse de propagation d'un ébranlement le long d'une ligne de force magnétique ainsi supposée matérialisée est donc

$$V = \sqrt{\frac{\dfrac{dF}{dS}}{\dfrac{d\mu}{dS}}} = \sqrt{\frac{\dfrac{dF}{dS}}{\dfrac{dm}{dl}\,dS}} = \sqrt{\frac{\mathcal{F}}{M}} = \sqrt{\frac{\dfrac{B_0^2}{\mu_0}}{M}}$$

$$V = \frac{c B_0}{\left(\dfrac{M}{\varepsilon_0}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

On retrouve la formule (3.5) dans le cas $\sigma \gg 1$.

3.3. Onde hydromagnétique longitudinale.

Dans ce type d'onde $\mathbf{B}_0$ est transversal (selon **Oy**); **u** est alors *longitudinal* (*fig.* 20), d'où le nom donné

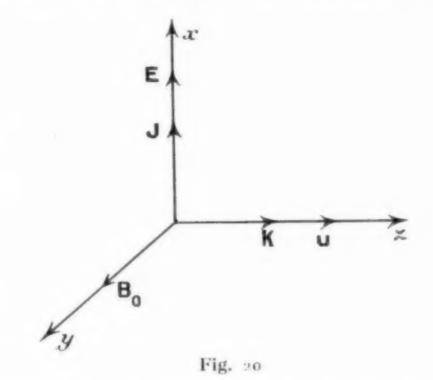


Fig. 20

à l'onde, qui est toujours, par ailleurs une onde transversale électrique à polarisation rectiligne : **E** et **J** restent parallèles à **Ox**. Les termes (gradients de pression) en $u_z\,\mathbf{e}_z$ vont subsister cette fois dans les équations fondamentales qui s'écrivent, en projection,

$$\left\{\begin{aligned} j\omega \frac{m_i}{Ze} u &= \frac{J}{n_e e} B_0 + \frac{j m_i}{\omega e}\left(\gamma_e + \frac{\gamma_i}{Z}\right)\Omega^2 u, \\ 0 &= E - u B_0 - \frac{J}{\gamma} \\ \left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right) E &= j\omega\mu_0 J. \end{aligned}\right.$$

d'où, par élimination,

$$\begin{vmatrix} 0 & -\dfrac{B_0}{n_e e} & j\omega \dfrac{m_i}{Ze}\left[1 - (Z\gamma_e + \gamma_i)\dfrac{\Omega^2}{\omega^2}\right] \\ -1 & \dfrac{1}{\gamma} & B_0 \\ \dfrac{\omega^2}{c^2} - k^2 & -j\omega\mu_0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$-\frac{B_0^2}{n_e e}\left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right) + j\omega \frac{m_i}{Ze}\left[1 - (Z\gamma_e + \gamma_i)\frac{\Omega^2}{\omega^2}\right] \times \left[j\omega\mu_0 - \frac{1}{\gamma}\left(\frac{\omega^2}{c^2} - k^2\right)\right] = 0.$$

Pour obtenir la relation de dispersion $K(\omega)$, il ne faut pas oublier que $\Omega^2 = \frac{kTK^2}{m_i}$ dépend de K. Posons

$$\Gamma = (Z\gamma_e + \gamma_i)\frac{\Omega^2}{K^2c^2}$$

(Γ est ainsi sans dimensions), il vient

$$-\frac{B_0^2}{n_e e}\left(\frac{\omega^2}{c^2} - K^2\right) + j\omega\frac{m_i}{Ze}\left[1 - K^2c^2\frac{\Gamma}{\omega^2}\right] \times \left[j\omega\chi_0 - \frac{1}{\gamma}\left(\frac{\omega^2}{c^2} - K^2\right)\right] = 0,$$

d'où, en posant $z = \frac{K^2c^2}{\omega^2}$ (ainsi que $\alpha = \frac{\varepsilon_0\omega_p}{\gamma}$,

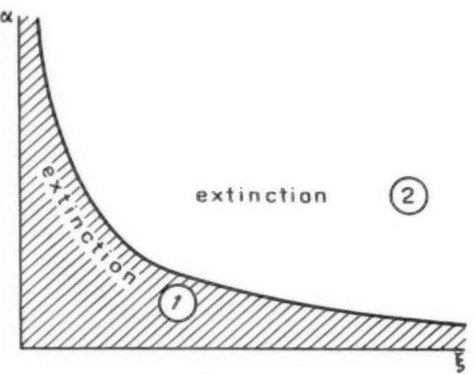


Fig. 21.

$\xi = \frac{\omega}{\omega_p}$, $\sigma = \frac{n_e m_i}{Z\varepsilon_0 B_0^2}$ à l'accoutumée)

$$\frac{1}{\sigma}(1 - z) + (1 - \Gamma z)[1 + j\alpha\xi(1 - z)] = 0,$$

soit

$$z^2 + \frac{z}{\Gamma}\left[1 - \Gamma + \frac{j}{\alpha\xi\sigma}(\Gamma\sigma - 1)\right] + \frac{j}{\alpha\xi\Gamma}\left(\frac{1}{\sigma} + 1 + j\alpha\xi\right) = 0.$$

Il est facile de vérifier, qu'à l'intérieur du domaine que nous avons délimité dans la première partie, on a toujours : $\Gamma \ll 1$, $\sigma \gg 1$, $\xi\alpha \ll 1$. L'équation précédente s'écrit donc

$$z^2 - \frac{z}{\Gamma}\left[1 - j\frac{1 + \sigma\Gamma}{\sigma\alpha\xi}\right] - \frac{j}{\alpha\xi\Gamma} = 0$$

ou

$$z^2 - \frac{z}{\Gamma}(1 - ja) - \frac{j}{\alpha\xi\Gamma} = 0, \qquad \text{avec} \quad a = \frac{1 + \sigma\Gamma}{\sigma\alpha\xi}.$$

D'où

$$z = \frac{1 - ja}{2\Gamma}\left[1 \pm \left(1 + j\frac{4\Gamma}{\alpha\xi(1 - ja)^2}\right)^{\frac{1}{2}}\right].$$

On vérifie aisément que $\left|\frac{4\Gamma}{\alpha\xi(1 - ja)^2}\right| \ll 1$; par conséquent

$$z = \frac{1 - ja}{2\Gamma}\left[1 \pm \left(1 + j\frac{2\Gamma}{\alpha\xi(1 - ja)^2}\right)\right],$$

$$z_1 = \frac{1 - ja}{2\Gamma}\left[2 + j\frac{2\Gamma}{\alpha\xi(1 - ja)^2}\right] = \frac{1 - ja}{\Gamma} \qquad \left(\left|\frac{\Gamma}{\alpha\xi(1 - ja)^2}\right| \ll 1\right),$$

$$z_2 = -\frac{j}{\alpha\xi(1 - ja)} = \frac{a}{\alpha\xi(1 + a^2)}\left[1 - \frac{j}{a}\right].$$

D'où l'on tire enfin

$$K_1 = \frac{\xi\omega_p}{c(2\Gamma)^{\frac{1}{2}}}\left\{\left[(1 + a^2)^{\frac{1}{2}} + 1\right]^{\frac{1}{2}} - j\left[(1 + a^2)^{\frac{1}{2}} - 1\right]^{\frac{1}{2}}\right\}$$

$$K_2 = \frac{\xi\omega_p}{c[(2\alpha\xi)(1 + a^2)]^{\frac{1}{2}}}\left\{\left[(1 + a^2)^{\frac{1}{2}} + a\right]^{\frac{1}{2}} - j\left[(1 + a^2)^{\frac{1}{2}} - a\right]^{\frac{1}{2}}\right\}.$$

Deux ondes sont donc susceptibles de se propager : la première avec une vitesse de phase :

$$V_1 = c\left[\frac{2\Gamma}{1 + (1 + a^2)^{\frac{1}{2}}}\right]^{\frac{1}{2}}$$

et un coefficient d'atténuation :

$$\chi_1 = \frac{\xi\omega_p}{c}\left[\frac{(1 + a^2)^{\frac{1}{2}} - 1}{2\Gamma}\right]^{\frac{1}{2}},$$

la deuxième avec

$$V_2 = c\left[\frac{2\alpha\xi(1 + a^2)}{a + (1 + a^2)^{\frac{1}{2}}}\right]^{\frac{1}{2}} \quad \text{et} \quad \chi_2 = \frac{\xi\omega_p}{c}\left[\frac{(1 + a^2)^{\frac{1}{2}} - a}{2\alpha\xi(1 + a^2)}\right]^{\frac{1}{2}}.$$

Pour la première onde, il y aura propagation ou extinction selon qu'on aura $a \ll 1$ ou non. La courbe $a = 1$ a pour équation, dans le plan (ξ, α) :

$$\xi\alpha = \frac{1 + \sigma\Gamma}{\sigma},$$

$a \ll 1$ pour $\xi\alpha \gg \frac{1 + \sigma\Gamma}{\sigma}$, c'est-à-dire nettement au-dessus de l'hyperbole équilatère.

Pour la deuxième onde, la condition de propagation est au contraire $\frac{1}{a} \ll 1$ soit $a \gg 1$ ou $\xi\alpha \ll \frac{1 + \sigma\Gamma}{\sigma}$: région située nettement au-dessous de l'hyperbole équilatère. Lorsque l'une des ondes se propage sans atténuation, l'autre est rapidement éteinte.

Application numérique. — Pour un α donné, le passage de la propagation de l'onde 1 à la propagation de l'onde 2 se fait pour la valeur seuil $\xi_0 = \frac{1+\sigma\Gamma}{\alpha\sigma}$: pour $\xi > \xi_0$ c'est l'onde 1 qui se propage, pour $\xi < \xi_0$ c'est l'onde 2.

P$_1$:

$$\xi_0 = 5{,}7 \times 10^{6} \quad \text{pour } B_0 = 100\,\text{Gs comme pour } B_0 = 1\,\text{T}.$$

P$_2$:

$$\xi_0(100\,\text{Gs}) = 3{,}1 \times 10^{-5}, \qquad \xi_0(1\,\text{T}) = 0{,}3.$$

Toutes ces valeurs sont supérieures aux valeurs maxima calculées plus haut : seule l'onde 2 se propage.

Dans le cas d'une conductivité γ infinie, $\alpha = 0$, l'équation (3.3.9) se simplifie et s'écrit

$$(1+\Gamma\sigma)K^2 - \frac{\xi^2\omega_p^2}{c^2}(1+\sigma) = 0,$$

$$K^2 = \frac{\xi^2\omega_p^2}{c^2}\,\frac{1+\sigma}{1+\Gamma\sigma},$$

$$K = \frac{\xi\omega_p}{c}\left(\frac{1+\sigma}{1+\Gamma\sigma}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\omega}{c}\left(\frac{1+\sigma}{1+\sigma\Gamma}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

D'où V, vitesse de phase :

$$V = \frac{\omega}{K} = c\left(\frac{1+\Gamma\sigma}{1+\sigma}\right)^{\frac{1}{2}},$$

$$\boxed{V^2 = \frac{c^2}{1+\sigma} + \frac{kT(Z\gamma_e+\gamma_i)}{m_i}\left(1 - \frac{1}{1+\sigma}\right)}$$

$$\left(\sigma = \frac{M}{\varepsilon_0 B_0^2}\right).$$

Il n'y a plus biréfringence.

Dans le cas d'une conductivité infinie, les vitesses de phase des ondes hydromagnétiques transversale V_t et longitudinale V_l, sont égales respectivement à

$$V_t = \frac{c}{(1+\sigma)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{et} \quad V_l = \frac{c}{(1+\sigma)^{\frac{1}{2}}}(1+\Gamma\sigma)^{\frac{1}{2}} = V_t(1+\Gamma\sigma)^{\frac{1}{2}}.$$

Les vitesses seront sensiblement les mêmes si $\Gamma\sigma \ll 1$, soit

$$\frac{kT(Z\gamma_e+\gamma_i)}{m_i c^2}\,\frac{M}{\varepsilon_0 B_0^2} \ll 1$$

ou, puisque $M = n_i m_i$ et $p = n_i kT(Z\gamma_e + \gamma_i)$:

$$p\,\frac{\mu_0}{B_0^2} \ll 1,$$

$p_B = \frac{B_0^2}{2\mu_0}$ est la pression magnétique. La condition précédente s'écrit donc

$$\frac{p}{2p_B} \ll 1.$$

L'onde est alors purement hydromagnétique.

Si au contraire la pression matérielle p est grande devant la pression magnétique, l'onde perd son caractère hydromagnétique pour se transformer en onde acoustique.

3.4. **Cas général.**

Herlofson et Van de Hulst ont montré que dans le cas général (**K** et **B**, faisant un angle quelconque), trois modes d'oscillation sont possibles, l'un purement hydromagnétique, les deux autres partiellement hydromagnétiques, partiellement acoustiques.

On peut également se demander ce que deviennent les ondes hydromagnétiques quand ω, que nous avons, jusqu'à présent toujours supposé petit devant ω_{ci}, croît, devenant égal, puis supérieur à ω_{ci}.

Aström a montré qu'on observe une transformation continue des ondes hydromagnétiques en ondes électromagnétiques ordinaires.

C'est à cause de cette filiation, de cette parenté profonde, que nous avons examiné le cas des ondes hydromagnétiques dans cette étude consacrée à la propagation des ondes électromagnétiques.

UN DIAPHONOMÈTRE A BRUIT BLANC : LE FD 692 [1]

PAR R. GRIT et G. LEVAILLANT,

Département « Multiplex » de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Après avoir rappelé les différents procédés qui peuvent être employés pour mesurer la qualité d'un faisceau hertzien à grand nombre de voies, les auteurs décrivent un appareillage de mesure qui utilise une tension de bruit blanc pour simuler le signal multiplex à transmettre; cette méthode permet de mesurer de façon précise le rapport* $\frac{\text{Signal}}{\text{Bruit + Diaphonie}}$ *en exploitation dans un canal téléphonique, pour une charge complète du faisceau.* (C. D. U. : 621.317.4 : 621.396.65).

SUMMARY. — *Having recalled the various processes which can be used for measuring the quality of a microwave link comprising a large number of channels, the authors describe measuring equipment using white-noise to simulate the multiplex signal to be transmitted; this method provides a high precision measurement of the ratio signal noise plus cross-talk in a telephone channel, for a fully loaded link.* (U. D. C. : 621.317.4 : 621.396.65).

INHALTSANGABE. — *Nach Erwähnung der verschiedenen Verfahren zur Beurteilung der Güte einer Richtfunkverbindung mit grosserKanalanzahl, beschreiben die Verfasser ein Messgerät, welches eine sogenannte « weisse » Rauschspannung verwendet, um das übertragene Multiplex-Signal nachzubilden; durch dieses Verfahren ist eine genaue Messung des Verhältnisses* $\frac{\text{Signal}}{\text{Rauschspannung + Nebensprechspannung}}$ *beim Betrieb eines Telephonkanals bei voller Auslastung der Richtfangstrecke vorzunehmen.* (D. K. : 621.317.4 : 621.396.65).

1. INTRODUCTION.

Outre les câbles coaxiaux, les liaisons téléphoniques à grande distance utilisent de plus en plus les faisceaux hertziens pour transmettre le signal multiplex résultant de la transposition en fréquences des voies téléphoniques.

Le problème qui se pose alors à l'exploitant comme au constructeur des faisceaux hertziens, est de pouvoir apprécier la qualité de la transmission de ce signal. Celle-ci se mesure essentiellement par le rapport entre la puissance du signal utile et celle du bruit de fond résiduel dans une voie téléphonique.

Ce bruit a deux sources : l'une d'origine thermique, provenant de l'agitation électronique dans les circuits; l'autre de diaphonie, c'est-à-dire du couplage entre la voie considérée et toutes les autres qui transitent en même temps.

On peut définir deux rapports de puissance :

$$\frac{\text{Signal}}{\text{Bruit}} \quad \text{et} \quad \frac{\text{Signal}}{\text{Bruit + Diaphonie}}.$$

Il existe plusieurs façons de mesurer ces deux grandeurs.

La méthode la plus directe consiste à mesurer sur une ligne d'abonné le niveau résiduel de bruit et de brouillage ramené par diaphonie. Cette méthode est peu pratique, en particulier elle ne permet pas d'évaluer les performances du faisceau hertzien seul, avant de le connecter aux bâtis téléphoniques, ni de dissocier les défauts dus à chacune des deux parties de l'ensemble de la liaison : transposition de fréquence et transmission radio.

Pour lever cette difficulté, on peut opérer sur le

[1] Manuscrit reçu le 30 janvier 1959.

faisceau hertzien en exploitation en sélectionnant, à l'émission et à la réception, par un filtrage approprié, un canal d'une largeur égale à celle d'une voie téléphonique.

Cette méthode, valable pour la mesure du rapport $\frac{\text{Signal}}{\text{Bruit}}$, n'est pas sûre; pour la mesure du rapport $\frac{\text{Signal}}{\text{Bruit} + \text{Diaphonie}}$, il subsiste l'inconvénient de la reproductibilité de la charge du faisceau hertzien qui dépend du trafic téléphonique, très variable dans le temps.

Les mesures possibles sur le signal multiplex seul se ramènent à deux types. Une première méthode consiste à remplacer, à l'entrée du faisceau hertzien, le signal multiplex par une ou plusieurs fréquences pures, réparties dans le spectre de transmission, et à mesurer à la sortie le niveau des harmoniques et des produits d'intermodulation. On mesure ainsi la linéarité de la transmission, ce qui permet de déduire la diaphonie qu'on aurait sur une voie téléphonique en exploitation.

Si cette mesure en elle-même est simple, par contre l'interprétation est délicate; de plus, des compensations peuvent se produire, et si des réglages se font en utilisant cette méthode, un contrôle de ceux-ci doit être fait à diverses fréquences. Cela provient du fait qu'un faisceau hertzien comprend un certain nombre de sous-ensembles qui présentent chacun une loi différente de distorsion harmonique, en fonction du niveau et de la fréquence du signal d'essais.

Les caractéristiques de ces sous-ensembles se combinent de telle sorte que, finalement, il est bien difficile de déterminer *a priori* la loi que suivra la distorsion harmonique en fonction du niveau du signal d'essai sur un ensemble complet. Les mesures effectuées dans ces conditions ne peuvent être que des points de repère destinés à fixer la reproductibilité d'un matériel, sans qu'on puisse définir avec précision une correspondance entre les chiffres obtenus par cette méthode et les niveaux de diaphonie en exploitation.

Des mesures significatives ont été effectuées à ce sujet. On a comparé les mesures effectuées par cette méthode avec celles obtenues par la méthode de bruit blanc exposée plus loin. On a pu ainsi trouver des écarts de 10 dB de distorsion harmonique, alors que la mesure en bruit blanc indiquait une variation de diaphonie inférieure au décibel.

En résumé, on peut dire que cette méthode reste intéressante pour des faisceaux hertziens à faible nombre de voies, pour lesquels il n'y a pas, actuellement, de meilleure solution.

Pour les faisceaux hertziens transmettant un grand nombre de voies, on utilise la propriété du signal multiplex d'avoir des caractéristiques statistiques voisines de celles d'un spectre de fréquence continu et uniforme (bruit blanc) limité aux fréquences extrêmes du signal multiplex.

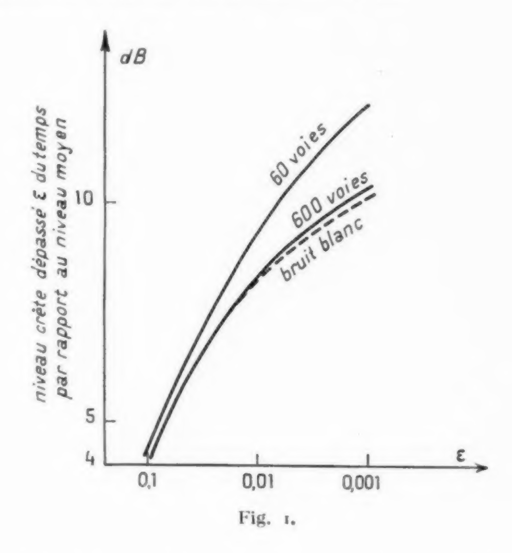


Fig. 1.

La figure 1 donne le niveau crête, rapporté au niveau moyen, dépassé pendant ε du temps, en fonction de ce pourcentage, pour les valeurs de ε comprises entre 0,1 et 0,001, c'est-à-dire entre 10 et 0,1 % du temps [1].

Sur cette figure, les valeurs tracées correspondent à un signal multiplex de 60 voies, 600 voies, et au bruit blanc. On voit que la correspondance est très bonne pour les 600 voies, et qu'on s'en écarte assez peu pour 60 voies.

La méthode recommandée par le C. C. I. R. [2] consiste à simuler, à l'entrée du faisceau hertzien, le signal multiplex par une tension de bruit blanc filtrée pour la limiter à la gamme de fréquences du signal multiplex à remplacer. On supprime toute modulation dans une voie téléphonique par un filtrage approprié de cette tension, et l'on mesure dans celle-ci, à la sortie du faisceau, le niveau de bruit résiduel qui est celui d'origine thermique, auquel s'ajoute celui ramené par diaphonie, ce qui permet d'établir le rapport $\frac{\text{Signal}}{\text{Bruit} + \text{Diaphonie}}$. Le chiffre trouvé sera très voisin de celui obtenu en exploitation, étant donné l'identité des signaux.

La mesure est simple d'emploi, directe, et a l'avantage d'éviter les erreurs dues aux compensations, rencontrées en régime sinusoïdal, puisqu'elle met en jeu toute l'étendue du spectre du signal multiplex avec les niveaux convenables.

Le diaphonomètre à bruit blanc étudié par la C. S. F. permet d'effectuer cette mesure sur tous les faisceaux hertziens transmettant 60, 120, 240, 480, 600 voies.

2. PRINCIPE DE L'APPAREIL.

Le diaphonomètre FD 692 permet de mesurer les rapports

$$\frac{\text{Signal}}{\text{Bruit}} \quad \text{et} \quad \frac{\text{Signal}}{\text{Bruit} + \text{Diaphonie}}.$$

Remarquons de suite qu'on ne s'occupe pas ici de la mesure de la diaphonie intelligible; celle-ci, par le principe même de la transposition de fréquence, est en effet plus faible que la diaphonie inintelligible.

La mesure est faite dans deux voies, situées chacune à une extrémité du spectre du signal multiplex. Ce choix se justifie par le fait que, dans les systèmes de transmission utilisant la modulation de fréquence, le spectre du bruit et de la diaphonie a une allure triangulaire; leur niveau étant plus faible aux fréquences basses, les mesures sont donc faites dans la voie la meilleure et la plus défavorisée.

Ce choix de deux voies situées aux extrémités de la bande multiplex a été justifié expérimentalement à l'aide d'une maquette, en effectuant une mesure en n'importe quel point de la bande d'un faisceau hertzien transmettant 120 voies. Les résultats ont confirmé l'allure triangulaire des niveaux de bruit et de diaphonie par voie.

Dans le tableau de la figure 2, on trouvera les valeurs des fréquences extrêmes du signal multiplex, suivant le nombre de voies téléphoniques transmises (Avis n° 189, C. C. I. R., Varsovie, 1956). On y a ajouté la fréquence centrale du canal de mesure pour chacun des cas considérés.

Le canal inférieur de mesure sera commun dans tous les cas, car la bande multiplex des faisceaux débute toujours au même point; les fréquences de mesure ont été prises légèrement au-delà de cette bande, de façon à pouvoir moduler par la tension de bruit blanc tout l'ensemble du spectre utile; le canal supérieur de mesure est placé à 5 % environ au-delà de l'extrémité de la bande du faisceau hertzien à examiner.

La tension de bruit blanc est limitée à la bande utile par un filtre passe-haut et une série de cinq filtres passe-bas correspondant chacun au nombre de voies du faisceau hertzien à mesurer. Ces filtres présentent, en outre, une atténuation supérieure à 80 dB dans une bande de fréquences de 4 kHz centrée autour des fréquences de mesure.

Ils servent à « nettoyer » complètement la voie de mesure de toute modulation due au bruit d'essai.

Nombre de voies du faisceau hertzien.	Spectre du signal multiplex.		Fréquences de mesure.	
	f basse (kHz).	f haute (kHz).	f basse (kHz).	f haute (kHz).
60............	60	300	50	313
120............	60	552	50	577
240............	60	1 052	50	1 102
480............	60	2 044	50	2 144
600............	60	2 540	50	2 665

Fig. 2.

La figure 3 représente schématiquement le filtrage de la tension de bruit.

Le niveau de référence est fourni par un générateur de tension sinusoïdale de fréquence égale à celle centrale des voies de mesure.

Les voies de mesure sont définies avec précision par la partie réception du diaphonomètre, constitué par un récepteur très sélectif fonctionnant, soit en amplification directe à 50 kHz, soit en superhétérodyne avec une moyenne fréquence de 50 kHz pour les voies supérieures. La fréquence des oscillateurs locaux est supérieure à celle du signal à recevoir pour rejeter la fréquence image au-delà du spectre utilisé. Les filtres passe-bas affaiblissant la tension de bruit dans la voie de mesure, présentent par ailleurs une forte atténuation sur la fréquence image, pour éviter toute réception parasite dans cette bande. D'autre part, les circuits d'entrée du récepteur assurent une protection supplémentaire de plus de 20 dB.

La définition des rapports

$$\frac{\text{Signal}}{\text{Bruit}} \quad \text{et} \quad \frac{\text{Signal}}{\text{Bruit} + \text{Diaphonie}}$$

selon le C. C. I. R. prévoit la mesure dans une bande psophométrique, destinée à simuler la courbe de réponse de l'oreille.

Dans le diaphonomètre, la mesure est faite dans un canal rectangulaire de 4 kHz de large. Il y a lieu d'en tenir compte, la différence entre les courbes de réponse en puissance de ce canal et du filtre psophométrique donne un écart systématique de 3 dB à ajouter au rapport mesuré par l'appareil.

du récepteur est de 75 Ω asymétrique, valeur adoptée par le C. C. I. R. pour les grands nombres de voies [3].

Le niveau de sortie des générateurs de bruit et de signal est réglable de 0 à — 7,15 np/mW, ce qui permet d'ajuster les niveaux à n'importe quelles valeurs, et notamment à celles recommandées par le C. C. I. R. Remarquons à ce sujet que les indications de niveaux et d'atténuation sont faites en

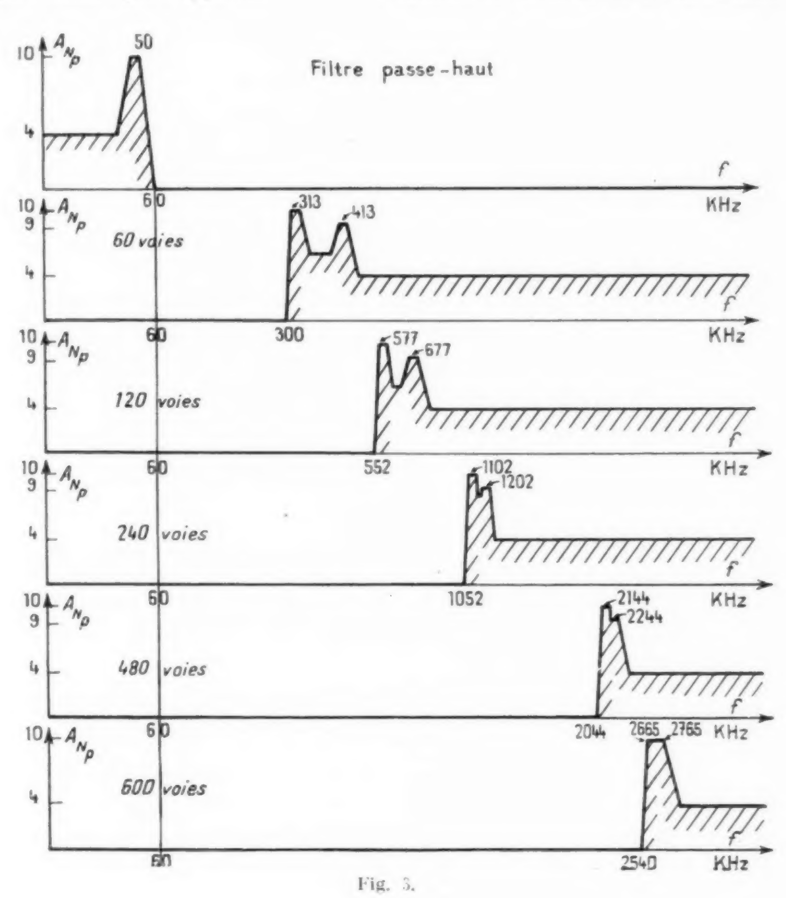


Fig. 3.

3. CARACTÉRISTIQUES GÉNÉRALES DU DIAPHONOMÈTRE FD 692.

L'appareil comprend deux coffrets. L'un, émetteur, contient les générateurs de bruit, de signal, et les organes de contrôle des niveaux. L'autre coffret contient le récepteur avec un atténuateur d'entrée, un amplificateur sélectif à grand gain et un appareil de mesure de la puissance de sortie.

L'impédance de sortie de l'émetteur et d'entrée

népers et non en décibels, pour se conformer aux unités en usage chez les téléphonistes.

D'après les recommandations du C. C. I. R. [3], le niveau relatif zéro à l'entrée d'un faisceau hertzien d'au moins 60 voies, est —52dB/mW, soit —6np/mW. Par ailleurs, il est spécifié [2] pour les mesures sur les faisceaux d'au moins 240 voies, que la puissance moyenne de bruit simulant le signal multiplex doit être égale à (— 15 + 10 log.N) dB en un point de niveau relatif zéro. Pour les faisceaux à moins

de 240 voies, la charge est définie par $(-1 + 4 \log N)$, N étant le nombre nominal de voies à transmettre.

La puissance appliquée à l'entrée du faisceau sera donc

$$-52 + (-15 + 10 \log N) \quad \text{dB/mW},$$

soit pour 60 voies, — 45,9 dB/mW ou — 5,28 np/mW;
» 120 voies, — 44,7 dB/mW ou — 5,15 np/mW;
» 240 voies, — 43,2 dB/mW ou — 4,9 np/mW;
» 480 voies, — 40,2 dB/mW ou — 4,63 np/mW;
» 600 voies, — 39,2 dB/mW ou — 4,5 np/mW.

4. DESCRIPTION DE L'ÉMETTEUR.

L'émetteur est inclus dans un coffret de 30 cm de haut sur 53,5 cm de large et 49 cm de profondeur. Il est assimilable à un coffret de rack et rentre dans le bâti P. T. T. normalisé.

Il comporte quatre parties principales :

1° Un générateur de bruit;
2° Un générateur de signal de référence;
3° Un ensemble de mesure des niveaux de sortie

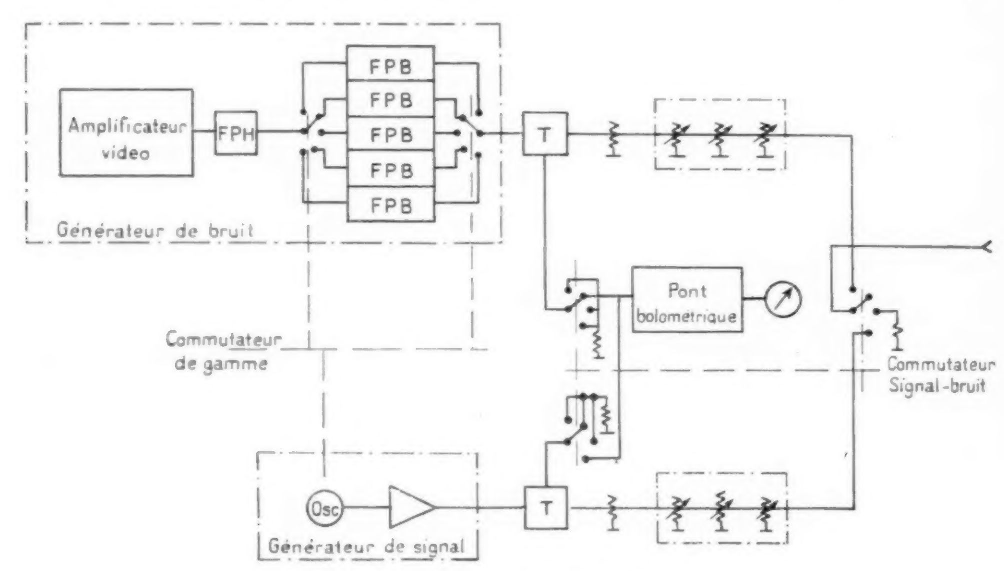


Fig. 4. — Schéma synoptique de l'émetteur.

Pour les faisceaux à 60 et 120 voies, le niveau du bruit d'essai est déterminé suivant le dernier projet d'avis du C. C. I. R. à Genève en août 1958. Donc, pour effectuer les mesures, l'émetteur doit délivrer une puissance moyenne de bruit comprise entre — 4,5 et — 6 np, et une puissance de signal de — 6 np.

Pratiquement, l'appareil peut fournir des niveaux plus importants, de façon à pouvoir effectuer des mesures sur des sous-ensembles radio.

Par ailleurs, le niveau de sortie est normalisé. Le niveau relatif zéro est égal à — 15 dB/mW, soit 49 mV eff. aux bornes de l'impédance de sortie de 75 Ω. Comme il faut pouvoir mesurer des rapports $\frac{\text{Signal}}{\text{Bruit}}$ supérieurs à 80 dB, le récepteur est sensible à un signal d'entrée de niveau inférieur à 80 dB, soit environ 5 μV eff. Pratiquement, la sensibilité du récepteur est de l'ordre de 0,8 à 2,2 μV eff. suivant la fréquence de mesure.

des deux générateurs comprenant un pont bolométrique, et des atténuateurs;

4° Une alimentation stabilisée.

Deux commutateurs sont montés sur la face avant. L'un, le commutateur de gamme, permet de choisir le filtrage de la tension de bruit et les fréquences du signal de référence, suivant le nombre de voies de l'équipement à mesurer. Le deuxième commutateur permet d'envoyer sur la fiche coaxiale de sortie, soit la tension de bruit, soit le signal de référence.

La figure 4 donne le schéma synoptique de l'ensemble et la figure 5 la photo du panneau avant de l'appareil.

4.1. Générateur de bruit.

L'utilisation de la diode saturée comme source

de bruit n'a pas été retenue, car elle offre plusieurs inconvénients : c'est un tube spécial, fragile, d'un prix élevé et à faible durée de vie. Sa puissance de bruit est faible et dépend fortement de la température du filament, d'où la nécessité de réguler la tension de chauffage de celui-ci.

On a préféré utiliser la tension de sortie d'un amplificateur vidéo à grand gain, de l'ordre de 100 dB, qui amplifie le souffle du premier tube, augmenté du bruit thermique d'une résistance de 4 700 Ω, placée dans la grille.

ailleurs supérieure à 30 dB. Ce filtre est ensuite relié au commutateur de gamme qui permet d'insérer l'un des cinq filtres passe-bas correspondant chacun à un nombre de voies différent : 60, 120, 240, 480, 600.

La caractéristique générale de ces filtres est de couper toutes les fréquences supérieures à la bande multiplex, de procurer un affaiblissement supérieur à 85 dB dans le canal de mesure et une atténuation supérieure à 75 dB dans le canal correspondant à la fréquence image du récepteur.

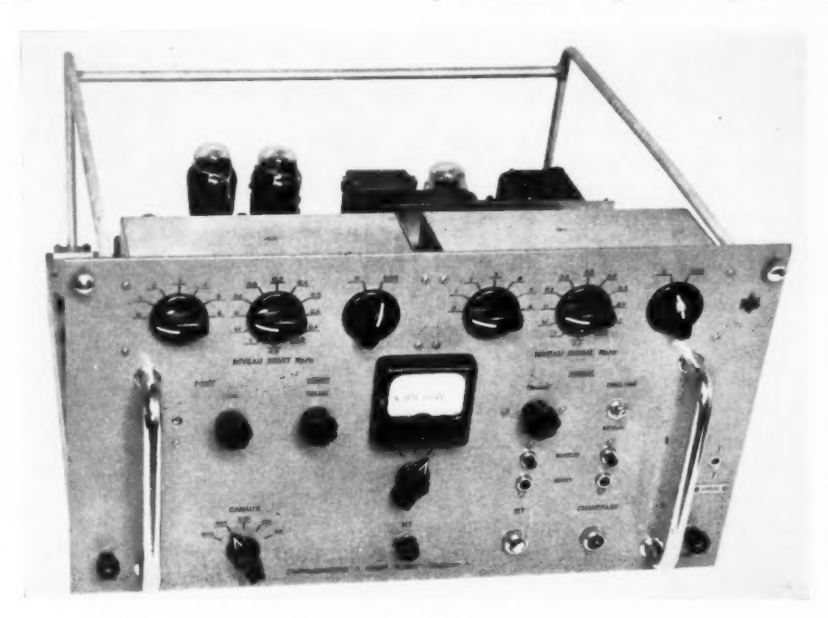


Fig. 5.

Cet amplificateur comprend cinq étages suivis d'un étage de puissance; il délivre un spectre de bruit uniforme régulier à ± 1 dB dans la gamme de fréquence s'étendant de 60 kHz à 2,8 MHz; son niveau est réglable.

L'étage de puissance comprend un transformateur à large bande ayant une impédance de sortie de 75 Ω : la puissance moyenne de bruit qu'il peut délivrer est supérieure à $3{,}3 \cdot 10^{-2}$ mW par kilohertz de largeur de bande, soit plus de 8 mW dans la bande la plus étroite (60-300 kHz).

La sortie de l'amplificateur est connectée directement à un filtre passe-haut qui fixe la frontière basse commune à toutes les gammes; celui-ci atténue les fréquences inférieures à 60 kHz avec, en particulier, un affaiblissement supérieur à 85 dB dans la bande 48-52 kHz, l'atténuation restant partout

Les conditions imposées sur la fréquence image sont un peu moins sévères, le récepteur assurant une protection supplémentaire d'au moins 20 dB.

Dans la bande passante d'utilisation, l'atténuation apportée par les deux filtres, passe-haut et passe-bas, est faible et inférieure à 0,5 dB.

Ces filtres sont constitués d'une façon très classique par des cellules « en échelle » dérivées shunt en « m ».

Les cellules centrales ont leur fréquence d'atténuation infinie égale à celle du canal de mesure considérée, tandis que les cellules extrêmes ont leur affaiblissement maximum sur la fréquence image du récepteur.

Les filtres correspondant à l'utilisation en 60, 120 et 240 canaux ont en plus une cellule « à *k* constant » pour compenser la diminution d'atténuation

des autres cellules au-delà de leur fréquence infinie. Cette cellule complémentaire n'est pas utile pour les filtres correspondant à 480 et 600 voies, car leur région de moindre atténuation se trouve en dehors de la bande passante de l'amplificateur vidéo, c'est-à-dire dans une zone où celui-ci fournit moins de bruit. Le schéma des filtres correspondant à 60 et 600 voies est donné figure 6, et leur courbe de réponse, figures 7 et 8.

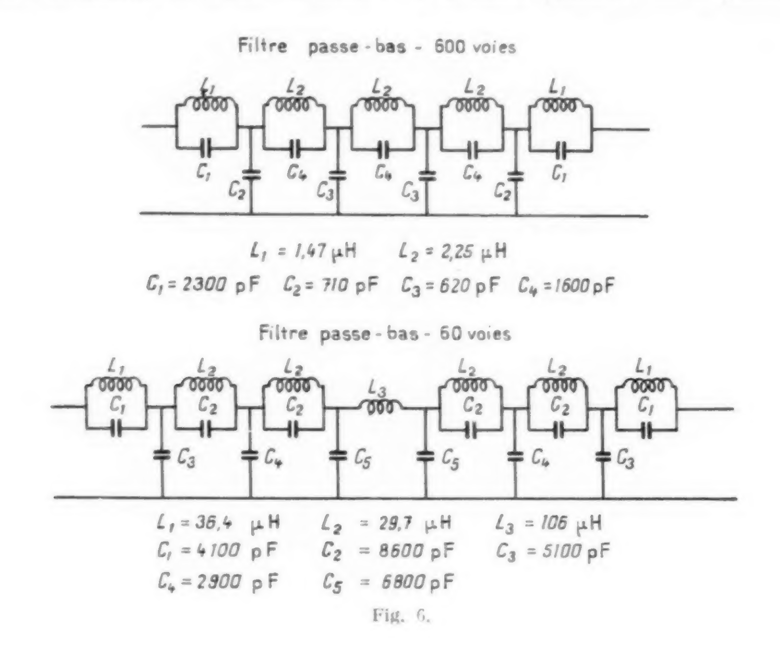


Fig. 6.

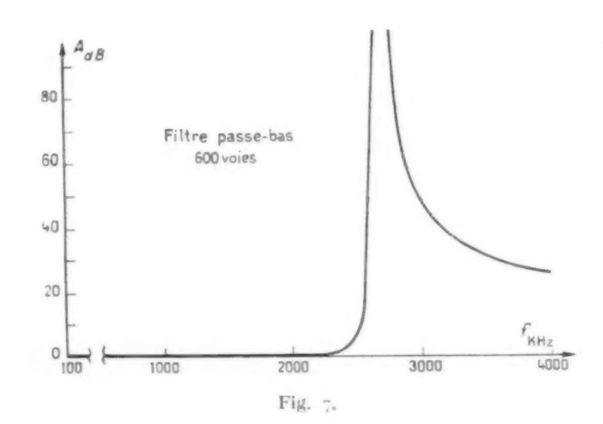


Fig. 7.

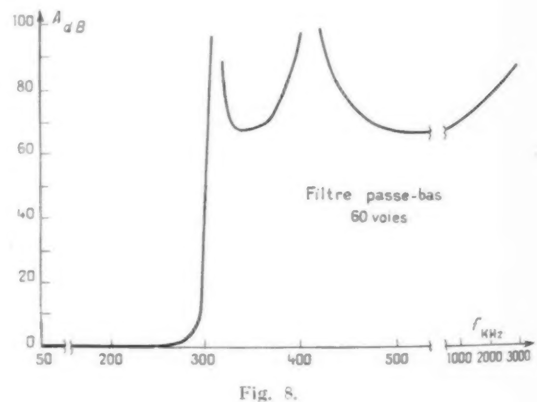


Fig. 8.

A la sortie de ces filtres, se trouvent des atténuateurs dont le but est de rendre constante la puissance moyenne de bruit délivrée quelle que soit la gamme. En effet, par principe, l'amplificateur vidéo délivre une puissance de bruit proportionnelle à la bande passante; ici la position 120 voies est prise comme valeur de base; sur les positions correspondant à un plus grand nombre de voies, des atténuateurs affaiblissent le signal dans le rapport des bandes passantes. Sur la position 60 canaux, on augmente le gain de l'amplificateur, tout en réduisant sa bande passante pour éviter d'écrêter les pointes de bruit sur l'étage de puissance.

Le tableau ci-dessous donne, suivant le nombre de canaux, la bande à 2 dB d'affaiblissement :

Nombre de canaux.	60.	120.	240.	480.	600.
Bande à 2 dB (en kHz)...............	62,5-282	62,5-525	62,5-980	62,5-1 970	60-2 450

On voit que le bruit ne couvre pas exactement toute la bande multiplex. Pratiquement, cela a peu d'importance pour la mesure, car en général la diaphonie dépend surtout de la puissance moyenne du signal et non du nombre de voies occupées, à condition toutefois que ce nombre soit raisonnablement grand.

4.2. Générateur du signal de référence.

Étant donné l'étroitesse de la bande du canal de mesure, les générateurs de signal de référence sont

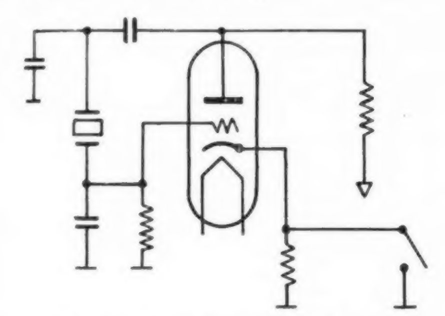


Fig. 9. — Schéma de principe des oscillateurs à quartz.

des oscillateurs à quartz ayant pour fréquence 50, 313, 577, 1102, 2144 et 2 665 kHz.

Ces oscillateurs sont constitués par une triode montée en amplificatrice à résistance avec le circuit de réaction formé par le quartz monté entre plaque et grille. Les capacités plaque, masse et grille-masse servent à contrôler le degré de réaction sur la grille.

Le schéma de principe est indiqué sur la figure 9.

Les six oscillateurs sont réalisés à l'aide de trois doubles triodes 12 AT 7. Une forte résistance, placée dans la cathode, empêche les tubes d'osciller; la mise en route se fait en court-circuitant cette résistance.

Ce système permet la mise en route des oscillateurs en opérant uniquement sur des circuits à courant continu, d'où, moins de risque de rayonnement parasite, et une plus grande facilité pour organiser la commutation des oscillateurs. Un potentiomètre placé dans la grille permet le réglage des niveaux de sortie à des valeurs identiques pour tous les oscillateurs connectés en parallèle sur une pentode séparatrice 6 AM 6.

Les niveaux sont tous réglés à une valeur voisine de 8 mW dans une impédance de 75 Ω; le taux de distorsion du signal est inférieur à 10 %. Le commutateur de gammes, placé sur le générateur de bruit, sert à sélectionner la fréquence supérieure à utiliser, suivant le nombre de canaux. Un inverseur permet la mise en route, soit de cet oscillateur, soit de celui à 50 kHz suivant qu'on fait la mesure dans le canal supérieur ou inférieur.

On s'est peu attaché à réduire la distorsion de ce signal sinusoïdal car, comme on va le voir, celle-ci n'a pas beaucoup d'importance. L'inconvénient serait le suivant : à l'émission, le niveau de référence est ajusté en réglant la puissance totale émise W_e; par contre, le récepteur étant sélectif, il ne mesure que la puissance de la fréquence fondamentale W_r. Il y a donc, en cas de distorsion, une erreur systématique qu'on peut chiffrer.

Soit τ le taux de distorsion du signal. Si V_1 est l'amplitude du fondamental et V_n celle du $n^{\text{ième}}$ harmonique, on a, par définition,

$$\tau = \sqrt{\frac{\Sigma V_n^2}{V_1^2 + \Sigma V_n^2}},$$

d'où

$$\Sigma V_n^2 = \frac{\tau^2}{1 - \tau^2} V_1^2.$$

Si W_e est la puissance émise et W_r celle mesurée par le récepteur, sur la même impédance Z, on a

$$W_e = [V_1^2 + \Sigma V_n^2] \frac{1}{Z},$$

$$W_r = V_1^2 \frac{1}{Z},$$

d'où

$$\frac{W_e}{W_r} = 1 + \frac{\Sigma V_n^2}{V_1^2} = \frac{1}{1 - \tau^2}.$$

On voit que si $\tau = 0,1$, ce qui correspond à 10 % de distorsion

$$\frac{W_e}{W_r} \sim 1,01.$$

l'écart est de 1 %, soit 0,05 dB, c'est-à-dire négligeable.

4.3. **Mesure des niveaux.**

Les niveaux à mesurer sont ceux de sortie des générateurs de bruit et de signal de référence. Sur la sortie de chacun d'eux, est branché un transformateur coupleur qui divise en deux la puissance.

La moitié de celle-ci est dissipée pour la mesure du niveau dans un pont bolométrique, tandis que l'autre moitié est envoyée sur une boîte d'affaiblissement qui permet de régler le niveau de sortie à la valeur désirée.

Cette disposition assure un contrôle permanent du niveau pendant la mesure; de plus le réglage est tel que, lorsque l'appareil de mesure du pont bolométrique se trouve sur la graduation repère, on dispose d'une puissance de 1 mW à l'entrée des boîtes d'affaiblissement; elles donneront donc directement le niveau de sortie en Np/mW (népers en dessous du milliwatt).

Pont bolométrique. — Le pont constitue la partie essentielle de la mesure de la puissance; c'est un pont de Wheatstone dont trois branches sont formées de résistances fixes, la quatrième étant une thermistance dont la résistance varie en sens inverse de la puissance qui y est dissipée. Le schéma de principe est donné sur la figure 10*a*. $R_1 = R_2 = 300\,\Omega$, $R_3 = 150\,\Omega$.

En l'absence de puissance haute fréquence on équilibre le pont en agissant sur la tension continue d'alimentation de celui-ci. A l'équilibre $i = 0$, la thermistance prend la valeur $R_4 = 150\,\Omega$, ce qui correspond à une puissance dissipée d'environ 20 mW.

Si une énergie haute fréquence est envoyée dans le pont, celle-ci est dissipée dans R_3, et la thermistance R_4 qui prend alors une valeur différente de R_3. Le pont est déséquilibré et l'importance de celui-ci est donnée par le courant continu i circulant dans la diagonale du pont. On peut ainsi établir une correspondance entre le courant i et la puissance haute fréquence dissipée en opérant l'étalonnage avec une tension sinusoïdale pure. L'ensemble permettra ensuite, par principe, de mesurer la puissance d'un signal de forme quelconque, à condition toutefois d'être sûr que cette puissance se répartit uniquement dans R_3 et R_4, ce qui est fait à l'aide de découplage convenable. La puissance à mesurer a été fixée suffisamment importante pour avoir une bonne sensibilité avec un appareil qui ne soit pas trop fragile; ceci a imposé la valeur de + 0,7 np/mW, soit environ 4 mW.

La thermistance R_4 est très sensible aux variations de température et la compensation est obtenue à l'aide d'un dipôle formé de trois résistances et d'une autre thermistance placée en parallèle sur le pont comme indiqué sur la figure 10 *b*.

Pratiquement, l'étalonnage du pont est valable dans un intervalle de température de + 10 à + 50° C à ± 0,2 dB près.

Le schéma complet du pont bolométrique est donné par la figure 10 *b*. Les potentiomètres P_1 et P_2

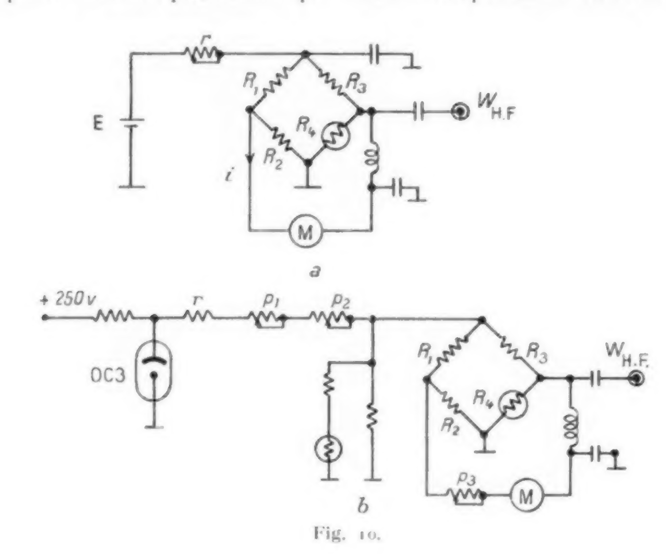


Fig. 10.

servent à établir l'équilibre du pont en l'absence de tension haute fréquence tandis que le potentiomètre P_3 permet d'ajuster la courant i à une valeur repérée, d'environ 60 μA lorsqu'on applique 4 mW de tension haute fréquence à l'entrée du pont.

Une sécurité protège l'appareil de mesure au démarrage : en effet, lorsqu'on met le pont sous tension, la thermistance R_4 n'est pas chaude et le pont est fortement déséquilibré pendant 20 s environ. L'appareil de mesure serait alors parcouru par un courant dix fois supérieur à sa valeur normale. Pour éviter cet inconvénient une diode 6 AL 5 alimente par la haute tension un relai qui, au collage, ferme le circuit de l'appareil de mesure. Le chauffage de cette diode est commandé par l'interrupteur haute tension. Le circuit de l'appareil de mesure est donc coupé tant que le filament de la diode n'est pas chaud, ce qui donne le retard voulu.

Les deux thermistances et la résistance R_3 sont placées dans un boîtier pour les préserver des variations rapides de température.

Atténuateurs. — Les boîtes d'affaiblissement placées sur les sorties des générateurs de bruit et de signal sont identiques. Constituées de cellules résistantes en π, elles permettent d'afficher une atténuation variable de 0 à 7,15 np par bonds de 0,05 np.

Leur précision est de 1 % dans toute la gamme de fréquence utilisée, de 50 kHz à 3 MHz.

4.4. Manipulation de l'émetteur.

On dispose sur le panneau avant de deux commutateurs.

L'un, le commutateur de gamme, permet de choisir d'une part, les caractéristiques du générateur de bruit, c'est-à-dire le spectre de bruit et la position des crevasses d'atténuation de celui-ci, et d'autre part les fréquences du générateur du signal de référence, suivant le nombre de voies du faisceau hertzien à mesurer.

L'autre commutateur permet d'envoyer sur la fiche de sortie, soit le signal de bruit, soit le signal de référence. Il comporte quatre positions :

La première, repérée « Signal » branche l'atténuateur du générateur de signal sur la fiche de sortie, ainsi que le pont bolométrique sur le transformateur coupleur correspondant. Cette position donne ainsi le niveau de référence dans la voie de mesure.

La seconde position, marquée « O » correspond à l'absence totale de signal sur la fiche de sortie, tandis qu'il n'y a aucune tension haute fréquence envoyée sur le pont bolométrique. En outre, comme sur les deux autres positions, la haute tension est coupée sur le générateur de signal, pour éviter les rayonnements parasites, cette position sert au tarage du pont bolométrique et à la mesure du bruit résiduel sur le canal de mesure.

Sur la troisième position « Bruit », le générateur de bruit est relié à la fiche de sortie et au pont bolométrique. Celle-ci permet d'effectuer la mesure du niveau de bruit + diaphonie.

Les trois positions suffisent pour les mesures dans la plupart des cas. Cependant, une quatrième a été prévue, repérée « Pont hors ». Celle-ci est identique à la troisième, excepté que le pont bolométrique est déconnecté et remplacé par une résistance de 75 Ω. La thermistance du pont étant un élément non linéaire, apporte de la diaphonie sur le signal qui lui est appliqué. Celle-ci est d'ailleurs variable suivant les échantillons de thermistance, mais elle ne permet pas de mesurer des rapports $\frac{\text{Signal}}{\text{Bruit + Diaphonie}}$ supérieurs à 70 dB. Le plafond est généralement suffisant lors des mesures de maintenance sur les faisceaux hertziens d'une centaine de kilomètres, mais il peut être un peu bas pour la mise au point de sous-ensembles. Cette position supplémentaire remonte le plafond de mesure à 80 dB.

5. DESCRIPTION DU RÉCEPTEUR.

Le récepteur se présente sous la forme d'un coffret de 30 cm de hauteur, sur 53 cm de large et 34 cm de profondeur. Il comprend cinq parties principales :

1° Un atténuateur;

2° Un bloc de circuits d'entrée;

3° Un amplificateur sélectif et un bloc d'oscillateurs hétérodyne;

4° Un dispositif de mesure de la puissance de sortie de l'amplificateur;

5° Une alimentation stabilisée.

L'ensemble est monté suivant le schéma indiqué sur la figure 11. Les éléments sont décrits ci-dessous à l'exception de l'alimentation stabilisée, qui n'offre aucune particularité. La figure 19 donne la photo du panneau avant.

5.1. Atténuateur.

Celui-ci est similaire à ceux placés dans l'émetteur. Il comporte deux décades affichant les déci-

népers et les népers, et un commutateur supplémentaire gradué de 0 à 4 np qui sert au tarage de l'appareil. On peut ainsi atténuer le signal d'entrée de plus de 15 np par bonds de 0,1 np. La précision est identique à celle de l'émetteur, soit 1 % de la valeur affichée.

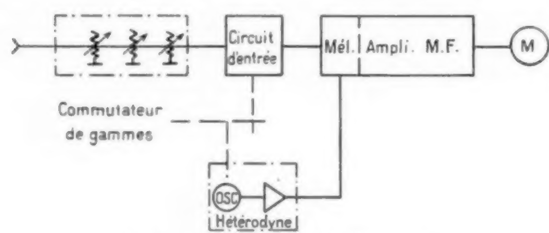


Fig. 11. — Schéma du récepteur.

5.2. Bloc des circuits d'entrée.

Placé avant l'amplificateur, le circuit d'entrée doit répondre à quatre exigences :

a. Présenter une impédance d'entrée égale à celle de sortie de l'atténuateur qui le précède pour en assurer un fonctionnement correct;

b. Fournir un gain important pour obtenir une bonne sensiblité;

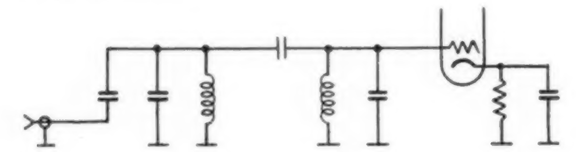


Fig. 12. — Schéma de principe du circuit d'entrée.

c. Etre sélectif pour éliminer les composantes du bruit blanc de modulation;

d. Avoir une bande passante plus large que celle du canal de mesure pour ne pas intervenir dans la définition de la bande de celui-ci qui est donnée par l'amplificateur suivant.

Le récepteur est muni de six circuits d'entrée commutables par un contacteur de gamme sur les fréquences indiquées au tableau de la figure 2.

Ces circuits, à l'exception de celui correspondant à 50 kHz sont constitués de façon identique par deux circuits oscillants couplés par capacité en tête (*fig.* 12).

Notons que le couplage entre ces circuits est inférieur au couplage critique pour permettre d'adapter l'entrée; on trouvera en Annexe la démonstration de deux formules permettant de déterminer ces circuits, pour répondre aux conditions demandées d'adaptation et de bande passante.

Le circuit à 50 kHz est constitué de deux circuits couplés, complétés par une cellule de filtre passe-bas qui coupe les fréquences supérieures à 70 kHz pour atténuer les composantes du bruit blanc de la modulation. Les performances de ces différents circuits sont indiquées dans le tableau de la figure 13.

Fréquence (kHz).	Bande passante à 3 dB (kHz).	Protection sur la f image (dB).	Gain (dB).
2 665.........	35	22	20
2 144.........	32	25	24
1 102.........	28	26	28
577.........	13	36	29
313.........	12	40	28
50.........	12		22

Fig. 13. — Tableau des caractéristiques des circuits d'entrée.

5.3. Amplificateur et oscillateurs hétérodynes.

Le tube d'entrée de l'amplificateur est un tube 6AS 6 à deux grilles de commande, il fonctionne, soit en amplificateur à 50 kHz, soit en mélangeur pour les fréquences supérieures.

Pour le fonctionnement en amplificateur à 50 kHz, une grille est connectée à la masse.

Les hétérodynes sont des oscillateurs à quartz identiques à ceux du générateur de signal de l'émetteur.

Toutefois, la puissance demandée est moins importante; la tension disponible est de l'ordre de 5 V eff. sur la grille du mélangeur. Ces oscillateurs sont sélectionnés par le commutateur de gamme.

Quatre tubes amplificateurs 6 AU 6 constituent l'amplificateur moyenne fréquence 50 kHz.

Ces tubes sont chargés par des transformateurs sélectifs constitués de deux circuits, couplés par capacité en tête, très au-dessus du couplage critique, avec un indice de l'ordre de 1,8. Leur surtension est faible, de l'ordre de 15. La courbe de réponse est presque rectangulaire, faiblement asymétrique,

avec deux bosses, celle située à la fréquence supérieure étant légèrement plus élevée que l'autre. Pour l'égaliser, le circuit de plaque du tube mélangeur n'est chargé que par un seul circuit, accordé un peu au-dessous de la fréquence centrale. La réponse énergétique de cet ensemble est de 4 kHz, ce qui correspond à la définition du canal de mesure.

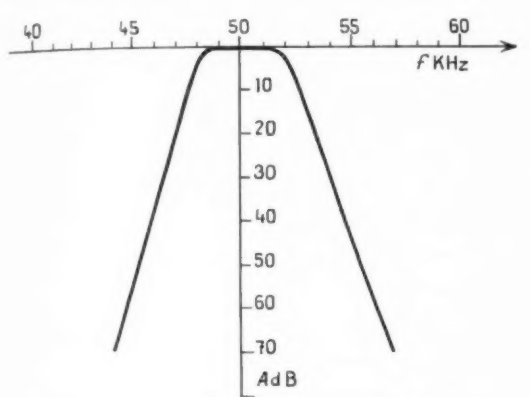


Fig. 14. — Courbe de réponse moyenne fréquence.

La courbe de réponse est donnée sur la figure 14; les caractéristiques sont :

Largeur de bande à 3 dB : 4 kHz;
Largeur de bande à 80 dB : 15 kHz.

détection quadratique. Cette solution est préférable à celle utilisant un bolomètre ou un thermocouple, elle a l'avantage de la simplicité et convient parfaitement pour une bande de fréquence étroite. Cependant cette solution ne pourrait convenir dans le cas de l'émetteur, la sensibilité de ce montage n'étant pas constante dans une grande plage de fréquences.

Cette détection est réalisée en utilisant un schéma classique dans lequel la diode est remplacée par trois cristaux 1 N 69 montés en série, de façon que la tension aux bornes de chacun d'eux reste faible; ceci permet d'obtenir une caractéristique quadratique dans une plage de tension assez grande. La résistance de détection est faible et déterminée par l'appareil de mesure : un microampèremètre 160 μA, 1000 Ω. Celui-ci est shunté par une très forte capacité pour intégrer les variations aléatoires du bruit à mesurer. L'appareil de mesure comporte une graduation repère; les mesures se ramènent toujours à une comparaison des niveaux d'entrée. Dans ces conditions, la détection n'a besoin d'être quadratique que dans un intervalle de 20 dB. Comme le récepteur risque d'être surchargé pendant les mesures, un dispositif de protection de l'appareil de mesure a été ajouté. Il se compose de deux cristaux montés en opposition aux bornes du secondaire et polarisés en sens inverse (*voir* schéma *fig.* 15). Pour une tension haute fréquence dépassant un niveau de l'ordre de 8 V correspondant à la déviation totale de l'appareil de mesure, les diodes conduisent et amortissent considérablement le dernier étage. Le courant dans l'appareil de mesure se trouve ainsi limité à une valeur acceptable.

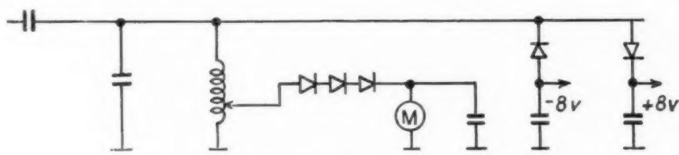


Fig. 15. — Schéma de la détection.

La sélectivité de l'amplificateur est stable et indépendante du changement de tubes. Ceci est obtenu par de grosses capacités d'accord des circuits rendant négligeables les variations de celles d'entrée et de sortie des tubes.

Le gain atteint 110 dB; il peut être diminué d'environ 15 dB de façon continue par un potentiomètre réglant la polarisation des deux premiers tubes pour permettre le tarage du récepteur, en liaison avec le réglage par plot de 1 np prévu sur l'atténuateur d'entrée.

5.4. Mesure de la puissance de sortie.

On utilise pour la mesure de la puissance une

6. CONCLUSION.

L'appareil de mesure décrit ci-dessus permet ainsi d'effectuer les mesures sur tous les faisceaux hertziens exploités actuellement. Le principe de mesure est simple et n'offre aucune ambiguïté dans l'exploitation des résultats expérimentaux. Une construction robuste en permet l'emploi sur les chantiers sans précaution particulière.

ANNEXE.

CALCUL DU CIRCUIT D'ENTRÉE.

On a le schéma de circuit représenté sur la figure 16.

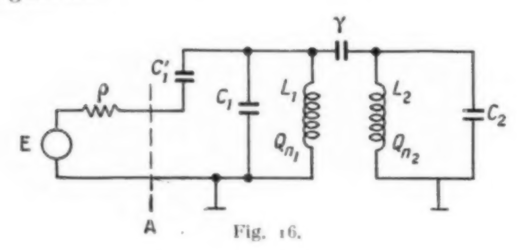


Fig. 16.

Il doit remplir les deux conditions suivantes :

1° Adaptation au générateur, c'est-à-dire avoir la résistance d'entrée en A égale à celle ρ du générateur;

2° Bande passante à 3 dB définie : $\pm \Delta F$.

On va démontrer deux formules liant les différents paramètres des circuits pour remplir ces deux conditions. Pour cela remplaçons le schéma primitif par un circuit plus simple, sans perdre de la généralité. Remplaçons l'ensemble générateur et capacités C_1 et C'_1 par un générateur de force électromotrice E_0 et résistance ρ_0 en série avec une capacité C_{10}. Supposons par ailleurs, que les circuits sont couplés magnétiquement par une inductance mutuelle M. D'où le circuit simplifié de la figure 17.

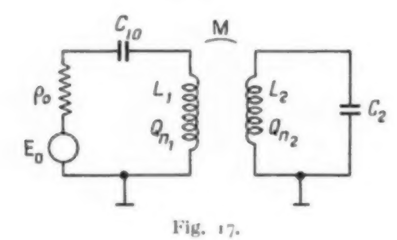


Fig. 17.

Les deux bobines L_1 et L_2 ont une surtension propre Q_{n1} et Q_{n2}.

Appelons r_1 et r_2 les résistances série des selfs L_1 et L_2. La résistance série du secondaire ramenée au primaire par le couplage est

$$r'_2 = \frac{M^2\omega^2}{r_2} = \frac{M^2\omega^2}{r_2(r_1+\rho_0)}(r_1+\rho_0) = n^2(r_1+\rho_0),$$

n étant l'indice de couplage.

Pour avoir l'adaptation à la résistance du générateur, il faut

$$\rho_0 = r_1 + r'_2 = r_1 + n^2(r_1+\rho_0),$$

d'où

$$(1) \qquad \rho_0 = r_1 \frac{1+n^2}{1-n^2}.$$

La surtension en charge primaire est

$$Q_1 = \frac{L_1\omega}{\rho_0 + r_1},$$

la surtension propre de la bobine

$$Q_{n1} = \frac{L_1\omega}{r_1}$$

en reportant les valeurs dans (1), on trouve :

$$(2) \qquad Q_1 = (1-n^2)\frac{Q_{n1}}{2}.$$

On voit que, Q étant toujours positif, la condition d'adaptation ne peut être satisfaite que pour $n < 1$, c'est-à-dire un couplage inférieur au couplage critique.

Pour chercher la condition supplémentaire de largeur de bande, nous allons partir de l'expression générale de la sélectivité de deux circuits couplés, ayant une surtension en charge Q_1 et Q_2. Le rapport entre le courant secondaire à l'accord I_{20} et le courant I_2 pour un désaccord $x = \frac{\Delta f}{f_0}$ est

$$(3) \qquad \frac{I_{20}}{I_2} = \sqrt{\frac{[1+n^2-4Q_1Q_2x^2]^2+4(Q_1+Q_2)^2x^2}{(1+n^2)^2}},$$

le désaccord x_0 à 3 dB est celui pour lequel

$$\frac{I_{20}}{I_2} = \sqrt{2}.$$

En reportant ces valeurs dans l'expression (3), on trouve la relation

$$2(1+n^2)^2 = [1+n^2-4Q_1Q_2x_0^2]^2 + 4(Q_1+Q_2)^2x_0^2.$$

Supposons, pour simplifier, que les surtensions propres des bobines sont identiques

$$Q_{n1} = Q_{n2} = Q_n$$

et que le secondaire n'est pas chargé

$$Q_2 = Q_n.$$

La surtension en charge du primaire sera donnée par la condition d'adaptation

$$(2) \qquad Q_1 = (1-n^2)\frac{Q_n}{2}.$$

En portant ces valeurs dans (4) et en posant

$$Q_n^2 x_0^2 = Y$$

on trouve l'équation

$$4(1-n^2)^2 Y^2 + [5(1+n^4) - 6n^2] Y - (1+n^2)^2 = 0.$$

Les racines de cette équation donnent la relation qui doit exister entre $Q_n x_0$ et n pour avoir l'adaptation. On remarque de suite que Y doit être positif. Seule une racine répond à cette condition,

$$Y = Q_n^2 x_0^2 = \frac{\left\{ \sqrt{[5(1+n^4) - 6n^2]^2 + 16(1-n^4)^2} - [5(1+n^4) - 6n^2] \right\}}{8(1-n^2)^2}.$$

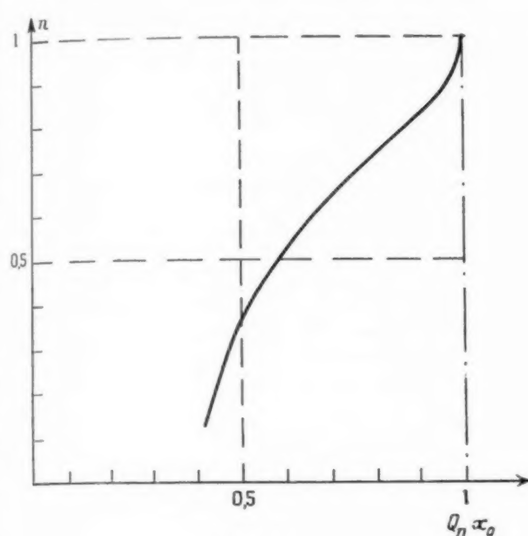


Fig. 18.

Cette relation peut se mettre sous forme de courbe (*fig.* 18) donnant n en fonction de $Q_n x_0$. Cette courbe n'est valable que pour $0 < n < 1$ puisque c'est la condition d'adaptation. On voit ainsi que, pour $n = 1$, $Q_n x_0 = 1$ donne la bande passante maximum réalisable avec une surtension propre donnée. Connaissant la surtension propre des bobines et la bande passante, on tire le coefficient de couplage n. Si l'on se fixe L_1 on peut calculer C_{10} et ρ_0. Pour repasser au schéma primitif on utilise le théorème de Thévenin qui donne l'équivalence entre le schéma série $E_0 \rho_0 C_{10}$ et celui utilisé au début : $E \rho C_1 C'_1$.

On a, à une approximation près,

$$C_1 + C'_1 = C_{10},$$

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{C_{10}}{C'_1} \right)^2,$$

$$E = \frac{C_{10}}{C'_1} E_0.$$

On peut ainsi calculer le gain du circuit et tous les autres éléments.

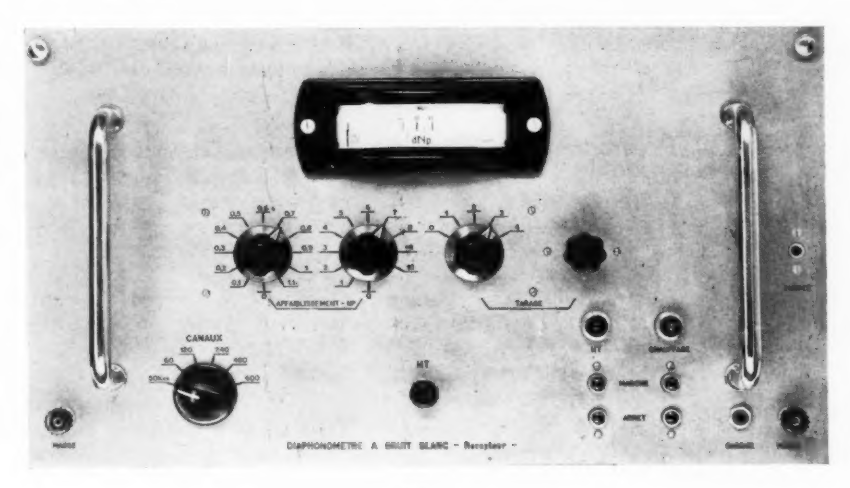


Fig. 19.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] Extrait de l'article de P. VASSEUR, *Faisceaux hertziens à courants porteurs devant les recommandations du C. C. I. F.* (*Ann. Radioélectr.*, t. 9, n° 35, janvier 1954).
[2] C. C. I. R., Varsovie, 1956, Avis n° 197.
[3] C. C. I. R., Varsovie, 1956, Avis n° 189.

APPAREILLAGE DE CONTRÔLE ET CLASSEMENT EN GRANDE PRODUCTION DES MICROTORES A MÉMOIRE (1)

Par J. RIETHMULLER,

Département « Semi-conducteurs » de la Compagnie Générale de T. S. F.

Sommaire. — *Après avoir rappelé sommairement les principes des mémoires à tores magnétiques, l'auteur décrit les appareillages réalisés pour la Société COFELEC, en vue d'effectuer les essais des microtores en ferrite.*

Ces appareillages assurent, l'un le contrôle visuel des caractéristiques des tores, l'autre leur classement automatique en six catégories.

Deux idées de base distinguent ces appareillages des réalisations connues : l'emploi de relais au lieu de tubes électroniques pour engendrer les impulsions de courant et le fonctionnement en multiplex (un seul ensemble électronique pour plusieurs machines électromécaniques).

La cadence de classement automatique pourra atteindre quatre tores à la seconde.

C. D. U. : 621.317 : 621.318.12 : 681-142.)

Summary. — *After briefly recalling the principles of storage by magnetic toroïdal cores, the author describes apparatus developed for the COFELEC Company, for testing ferrite micro-toroïds.*

Of these instruments, one provides means for the visual control of core characteristics and the other automatically sorts them in six categories.

Two basic ideas distinguish these instruments from known designs : The use of relays instead of electron tubes for generating current pulses, and multiplex operation (one electronic system instead of several electro-mechanical machines).

The rate of automatic sorting can reach four cores per second.

(U. D. C. : 621.317 : 621.318.12 : 681-142.)

Inhaltsangabe. — *Nach einer kurzen Angabe des Prinzips der Kernmagnetspeicher, beschreibt der Verfasser die Geräte, welche von der Fa COFELEC zur Prüfung von Miniaturkernspeichern aus Ferrit entwickelt worden sind.*

Eines dieser Geräte ermöglicht eine Kontrolle der Daten der Kernspeicher auf einer Sichtröhre, das andere ermöglicht die Einteilung in sechs Klassen.

Zwei grundlegende Prinzipe unterscheiden diese Geräte von den bisherigen : die Verwendung von Relais statt Elektronenröhren zur Erzeugung von Stromimpulsen und die Arbeitsweise in Multiplexbetrieb (eine einzige Elektroneneinheit für mehrere elektromechanische Geräte).

Das Tempo beim Auslesen der Kerne kann bis zu vier Stück/Sekunde betragen.

(D. K. : 621.317 : 621.318.12 : 681-142.)

Les éléments à mémoire sont indispensables à la réalisation des calculateurs et ordinateurs électroniques. Les microtores en ferrite sont parmi les plus employés, en raison de leur stabilité, de leur sécurité, de leur bas prix et de leur très minime encombrement.

La grande stabilité des microtores terminés ne doit pas faire oublier que les ferrites sont des matériaux très susceptibles, d'élaboration délicate, et sensibles, au cours de leur fabrication, à de minimes influences physiques et chimiques.

C'est pourquoi *chaque* microtore doit être contrôlé très soigneusement avant d'être vendu ou assemblé en matrice. Ce contrôle, assez complexe, demande

(1) Manuscrit reçu le 18 février 1959.

un appareillage de précision et, s'il est fait visuellement, un temps relativement grand et un personnel entraîné.

La nécessité d'abaisser les prix de revient a conduit les fabricants de microtores à utiliser pour les contrôles de production des appareils entièrement automatiques, les mesures visuelles étant réservées aux essais de laboratoire ou au tri de petites séries exceptionnelles.

Le présent article décrira sommairement les appareils de mesure visuelle et de tri automatique réalisés pour la Société COFELEC.

1. PRINCIPE DES MÉMOIRES A TORES MAGNÉTIQUES.

Avant de parler des mesures, il est nécessaire de rappeler très succinctement le principe de fonctionnement des mémoires à tores magnétiques.

Tout matériau magnétique présentant du magnétisme rémanent, présente par là même une propriété de mémoire. Cependant, pour que cette propriété soit pratiquement exploitable, il faut que les grandeurs caractéristiques du matériau répondent à certaines conditions. Soit un échantillon magnétique (de préférence sous forme de tore, pour que le champ démagnétisant soit nul) muni d'un enroulement (qui peut être réduit à un simple fil passé dans le tore).

Une impulsion de courant magnétise le tore dans un certain sens. D'autres impulsions de même sens ne produisent pas de changement de son état d'équilibre. Mais une impulsion de sens opposé renverse la polarité de sa magnétisation et ce basculement produit une variation importante de flux dans le tore, variation qui peut être décelée par la force électromotrice induite dans un autre enroulement. La réponse du tore à une interrogation (appelée généralement « lecture ») dépend donc essentiellement du fait qu'il y ait eu ou non, depuis la lecture précédente, une ou plusieurs impulsions d' « écriture ».

On voit aisément que les caractéristiques souhaitables pour un matériau magnétique à mémoire sont une induction rémanente suffisante et un champ coercitif faible. D'autres conditions supplémentaires s'ajoutent lorsque le tore doit être employé dans une matrice à courants coïncidents, ce qui est presque toujours le cas pour les microtores.

En effet, dans les matrices à courants coïncidents, qui sont des groupements de tores en quadrillage (un tore à l'intersection de chaque ligne avec chaque colonne), l'inscription (écriture) et l'interrogation (lecture) se font en envoyant un demi-courant dans une ligne et un demi-courant dans une colonne. Seul le tore placé à l'intersection de cette ligne et de cette colonne reçoit un plein courant, mais les autres tores de la ligne et de la colonne considérées reçoivent un demi-courant. Il faut donc que, si un tore a été amené à l'état 0 par une pleine impulsion de lecture, des demi-impulsions d'écriture ne modifient pratiquement pas sa magnétisation, alors qu'une pleine impulsion d'écriture doit le faire passer à l'état 1. Réciproquement, un tore dans l'état 1

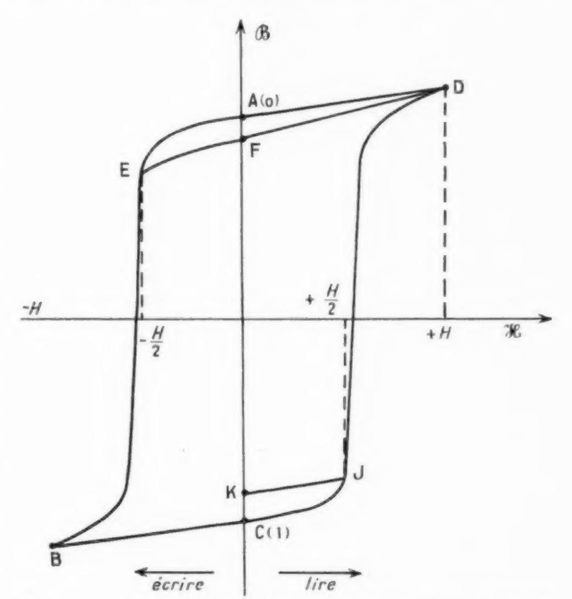


Fig. 1. — Cycle d'hystérésis d'un ferrite pour mémoire.

doit supporter sans perturbation appréciable des demi-impulsions de lecture et basculer à l'état 0 pour une pleine impulsion de lecture.

Ces exigences indispensables ne peuvent être satisfaites que si la forme du cycle d'hystérésis du matériau est suffisamment rectangulaire. La figure 1 représente un cycle d'hystérésis d'un ferrite, pour des champs de lecture et d'écriture $\pm H$. Après une impulsion de lecture, l'état du tore est figuré par le point A (état 0). Une impulsion d'écriture fait passer le tore au point C (état 1) par B. Une impulsion de lecture fait repasser le tore au point A par D, et la variation de flux est représentée par la distance CA.

Ce basculement total du tore engendre dans un enroulement (généralement réduit à un fil traversant le tore) une force électromotrice que nous appellerons, suivant l'usage, *u V* 1 ou « 1 non perturbé ».

Une demi-impulsion d'écriture appliquée au tore dans l'état 0, le fait passer du point A au point F, par E. Dans le domaine normal d'utilisation, le point F est un point stable et de nouvelles demi-impulsions d'écriture ne modifient pas sensiblement sa position.

Une impulsion de lecture ramène le tore au point A, par D, et la variation de flux, représentée par la longueur FA, induit une force électromotrice que nous appellerons $d\,V\,z$ ou « zéro perturbé ». Nous remarquerons que les grandeurs de $u\,V\,1$ et de $d\,V\,z$ ne sont pas entre elles comme les longueurs CA et FA, parce que le petit cycle est parcouru plus vite que le grand cycle (*fig.* 9).

On voit tout de suite que, pour qu'un tore soit utilisable dans une matrice donnée, il faut qu'il ait un rapport $\frac{u\,V\,1}{d\,V\,z}$ d'autant meilleur que la matrice comprend un plus grand nombre d'éléments, puisqu'il y a alors un plus grand nombre probable de tores demi-inscrits lors de la lecture d'un tore inscrit.

Fort heureusement, la f.é.m. parasite $d\,V\,z$ se produit, nous l'avons vu, en un temps plus court que la f.é.m. utile $u\,V\,1$, ce qui permet de les séparer grâce à une sélection judicieuse dans le temps.

En réalité, la f.é.m. utile n'a qu'exceptionnellement la valeur $u\,V\,1$. Le plus souvent, le tore interrogé par une pleine impulsion de lecture a déjà subi un plus ou moins grand nombre de demi-impulsions de lecture, qui l'ont amené du point C au point K par J. Comme le point F, le point K est un point stable dans les conditions normales. La variation de flux, lors de la lecture sera donc KA, et non CA, et la f.é.m. correspondante, un peu plus petite que $u\,V\,1$, sera désignée $d\,V\,1$ ou « 1 perturbé ».

2. CONTRÔLE ET CLASSEMENT DES MICROTORES.

Le contrôle des microtores comportera donc l'application à chaque tore de séquences convenables d'impulsions et de demi-impulsions de courants de lecture et d'écriture ([2]) et la mesure des réponses du tore : impulsions de $u\,V\,1$ ou $d\,V\,1$ et $d\,V\,z$.

La mesure de $u\,V\,1$ ou $d\,V\,1$ sera faite pendant une durée déterminée, avec un certain délai par rapport à l'impulsion de courant, pour tenir compte de la condition de sélection dans le temps.

S'il s'agit d'un simple contrôle, on acceptera comme bons tous les tores ayant donné $u\,V\,1$ (ou $d\,V\,1$) supérieur à une limite définie et $d\,V\,z$ inférieur à une autre limite. Si l'on veut répartir les tores en classes pour permettre la réalisation de matrices très homogènes, il faudra évidemment s'assurer que $u\,V\,1$ ou ($d\,V\,1$) est compris entre deux limites données et de même pour $d\,V\,z$.

Un appareillage pour contrôle et classement comprendra donc :

— un manipulateur de tores;
— un générateur d'impulsions;
— un dispositif de mesure;
— une logique et un dispositif de classement nécessaires seulement pour la répartition automatique en classes.

Pour les opérations manuelles, le manipulateur de tores est très simple et le dispositif de mesure est un oscilloscope, la logique et le classement sont assurés par l'opératrice.

Pour les opérations automatiques, le manipulateur de tores est combiné avec le dispositif de classement : c'est une petite machine. Le dispositif de mesure est composé de sélecteurs d'amplitude et de temps. La logique combine les informations fournies par le dispositif de mesure et commande le classement.

3. APPAREILLAGE C.S.F.

L'appareillage réalisé par C.S.F. se différencie principalement des appareillages connus par deux caractéristiques essentielles.

La première est d'engendrer les impulsions de courant par des relais et des réseaux passifs et non par des tubes électroniques. On y gagne une stabilité excellente et un prix de revient beaucoup moins élevé.

La deuxième est basée sur cette remarque : la mesure proprement dite d'un tore est beaucoup moins longue que le temps nécessaire à la manipulation mécanique et au classement du tore. Comme le générateur, le dispositif de mesure et la logique sont beaucoup plus coûteux qu'un manipulateur-classeur, on a tout intérêt à prévoir un dispositif multiplex, permettant à un ensemble : générateur, mesure, logique, de desservir un nombre plus ou moins grand de manipulateurs-classeurs.

Deux ensembles ont été réalisés; un ensemble pour tri manuel, destiné aux mesures de laboratoire et de présérie; un ensemble automatique, destiné

([2]) En réalité, pour accroître la sévérité du test, les courants des demi-impulsions sont sensiblement accrus et ceux des impulsions pleines sensiblement diminués par rapport aux conditions normales d'emploi.

aux mesures de série et dont les possibilités pourront être étendues au fur et à mesure des besoins en augmentant le nombre des manipulateurs-classeurs.

Nous décrirons d'abord l'ensemble pour tri manuel.

3.1. Ensemble pour tri manuel.

Cet ensemble dont la figure 2 donne le schéma unifilaire comporte trois éléments principaux : un support de tore, un générateur d'impulsions, un oscilloscope.

Fig. 2. — Schéma unifilaire de l'ensemble pour mesures manuelles.

Ce dernier est acheté dans le commerce, c'est un Tektronix type 541,

3.1.1. Support de tore. — Cet appareil est d'un type classique, auquel divers perfectionnements

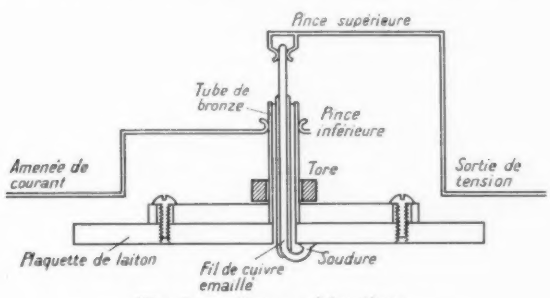


Fig. 3. — Coupe schématique du support de tore pour mesures manuelles.

ont été apportés, pour réduire à un minimum extrêmement faible les couplages résiduels (*fig.* 3).

Les couplages résistifs ont été éliminés, en donnant à l'aiguille sur laquelle on enfile le tore une structure coaxiale; on supprime ainsi radicalement le « piédestal » des courbes, dû à la chute ohmique dans l'aiguille. Les couplages inductifs ont été réduits à un minimum en réduisant à l'extrême la surface de la boucle amenant le courant. Dans ce but, le courant est conduit par le conducteur extérieur

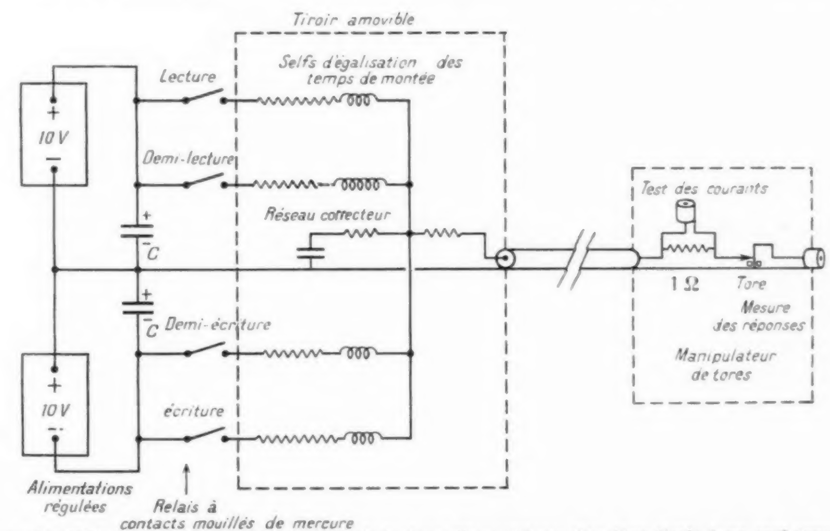


Fig. 4. — Schéma simplifié des parties essentielles du générateur d'impulsions. Cas d'un tiroir à un seul groupe d'intensités.

de l'aiguille coaxiale. Une pince spéciale vient prendre contact sur ce conducteur presque au ras du tore.

En outre les conducteurs d'amenée et de sortie du courant sont disposés en forme de ligne à plans parallèles.

La boucle captant la tension induite utilise le conducteur central de l'aiguille; la pince qui ferme ce circuit se déplace verticalement, tandis que la pince d'amenée de courant se déplace horizontalement; ces deux mouvements sont mécaniquement liés.

Des circuits de compensation, dont la mise au point fut délicate, annulent pratiquement l'effet des couplages résiduels.

Une résistance non selfique de 1 Ω permet d'examiner à l'oscilloscope la forme de montée des courants d'écriture et de lecture (*fig.* 4).

3.1.2. Générateur d'impulsions de courant. — C'est la partie vraiment originale de ce premier ensemble.

Les impulsions de courant généralement utilisées pour le test des microtores sont brèves : quelques microsecondes ou dizaines de microsecondes. Rien n'empêche d'utiliser des impulsions beaucoup plus longues, à condition que leur front de montée ait la durée prescrite : une fraction de microseconde.

Il est possible d'engendrer ces impulsions longues à partir d'alimentations régulées et de résistances si l'on dispose de relais convenables, de caractéristiques très poussées : absence totale de rebondissement, temps de fermeture pratiquement nul. Par « temps de fermeture » nous entendons, non pas le délai entre l'ordre donné au relais et son exécution (quelques millisecondes) mais le temps pendant lequel la résistance du contact varie.

Ces relais existent, ce sont les relais à contacts mouillés de mercure (Western Electric ou Clare), pour lesquels le temps de fermeture est inférieur à la nanoseconde et qui ne présentent aucun rebondissement.

Le schéma des parties essentielles du générateur est représenté sur la figure 4.

Les sources A et B sont des alimentations régulées (à transistors) à résistance interne nulle pouvant fournir jusqu'à 1,5 A. Leur tension (10 V) est choisie assez grande pour que la force contre-électromotrice de basculement du tore soit négligeable devant elle, et pas trop grande cependant pour que ces alimentations soient aisément réalisables avec des transistors de puissance courants.

Comme le temps de régulation de ces alimentations est loin d'être négligeable, on les shunte par des condensateurs au tantale de très forte capacité et de très faible résistance série, qui fournissent le courant pendant le début de l'impulsion, en attendant que l'alimentation ait pris son nouvel état d'équilibre.

Ces condensateurs au tantale sont situés très près des relais (ce qui est rendu aisé par leurs faibles dimensions), afin de ne pas accroître l'inductance du circuit déterminant l'impulsion.

Les caractéristiques significatives de l'impulsion (hauteur du plateau, temps de montée, forme de la montée) sont déterminées par les éléments du circuit total.

L'intensité en régime permanent (hauteur de l'impulsion) est déterminée par la résistance totale, qui comprend une partie fixe (résistance de mesure, résistance du coaxial et des connexions diverses), et une partie variable (résistances du tiroir).

Le temps de montée est déterminé principalement par la constante de temps $\frac{L}{R}$ du circuit total. De petits réseaux auxiliaires permettent de modifier la forme de la montée pour la rendre pratiquement linéaire sur la plus grande partie de sa durée. Ils servent en même temps à étouffer les oscillations parasites de fréquence élevée engendrées par la fermeture des relais.

Dans ce générateur destiné aux mesures de laboratoire et aux essais, les éléments des tiroirs amovibles sont variables par bonds. L'un des tiroirs permet d'obtenir cinq valeurs d'intensité pour chaque voie. Deux autres tiroirs permettent d'obtenir une variation totale plus petite, mais beaucoup plus subdivisée, puisqu'ils comportent sur chaque voie des commutateurs à 12 positions.

Les relais sont actionnés par des lampes, commandées elles-mêmes par une « horloge électronique » qui permet de composer n'importe quel programme d'impulsions, jusqu'à un maximum de 24 impulsions par programme. Les impulsions sont toutes d'égale durée, et sont séparées par des intervalles égaux à cette durée, qui peut être réglée entre 1 s et 1/200e de seconde environ. Le déroulement du programme d'impulsions peut être commandé suivant trois rythmes différents : coup par coup, programme par programme et répétition continuelle du programme.

Le fonctionnement coup par coup sert aux vérifications et à certaines expériences; celui programme par programme est surtout prévu pour le cas où ce générateur alimenterait un appareil de mesure automatique. Pour les mesures visuelles ordinaires, on fonctionne en répétition continuelle. A titre

d'exemple, la figure 5 représente des séquences typiques destinées à la répétition continuelle.

sur les lectures, de manière à afficher *u V* 1 (ou *d V* 1) et *d V z*.

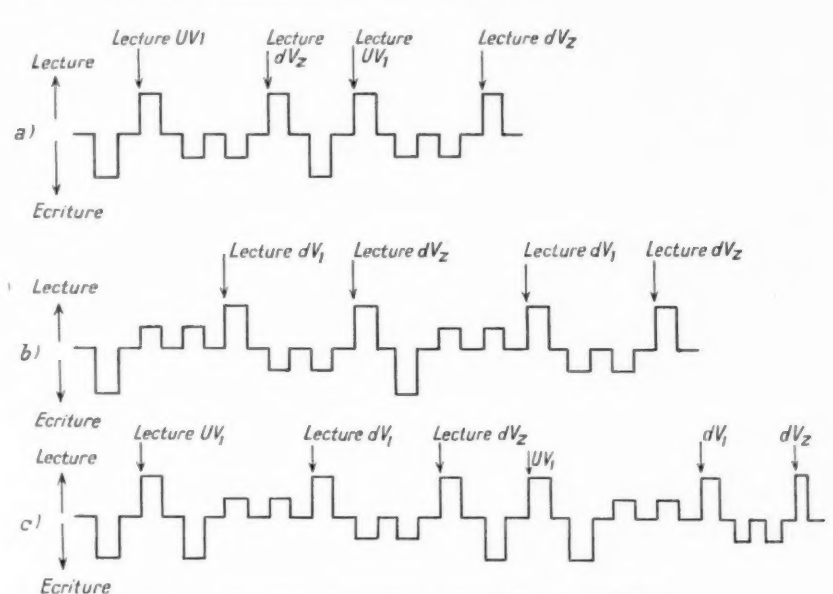
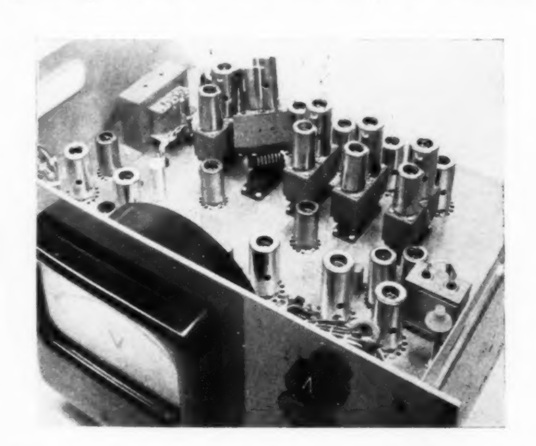


Fig. 5. — Séquences d'impulsions pour répétition continuelle :
a. pour mesure de *u V* 1 et *d V z*; *b.* pour mesure de *d V* 1 et *d V z*; *c.* pour mesure de *u V* 1, *d V* 1 et *d V z*.

Un système original permet de ne déclencher l'oscilloscope que sur telle impulsion qu'on désire voir, ce qui est extrêmement commode pour lever les ambiguïtés. En marche normale, on déclenche



Horloge électronique, distribuant les programmes d'impulsions et réglant la succession des diverses opérations de mesure.

Les parties les plus délicates sont montées sur modules interchangeables, pour permettre un dépannage immédiat en cas de besoin.

La sélection d'amplitude et la sélection dans le temps se font en utilisant les graduations de l'oscilloscope. L'exactitude de ces graduations est vérifiée au moyen d'un oscillateur à quartz pour l'échelle « temps » et, pour l'échelle « amplitude », au moyen du générateur d'impulsions étalonnées dont il sera parlé plus loin.

3.2. **Ensemble pour tri automatique.**

Cet ensemble comprend :

— un manipulateur automatique de tores, ou plusieurs manipulateurs jusqu'à un maximum de 6;
— un générateur d'impulsions;
— un meuble de sélection d'amplitude et de logique;
— un meuble de mémoire et de multiplex.

La figure 6 donne le schéma unifilaire de l'ensemble pour tri automatique.

3.2.1. Manipulateur automatique de tores. — Cet appareil est réalisé selon une disposition classique.

Les microtores, acheminés par un vibrateur Sinex, sont cueillis au passage par une aiguille montée à

l'extrémité d'un bras rotatif. Il y a quatre bras et le mouvement de ce tourniquet s'effectue par quarts de tour séparés par de brefs intervalles d'immobilité. Pendant ces instants de repos méca-

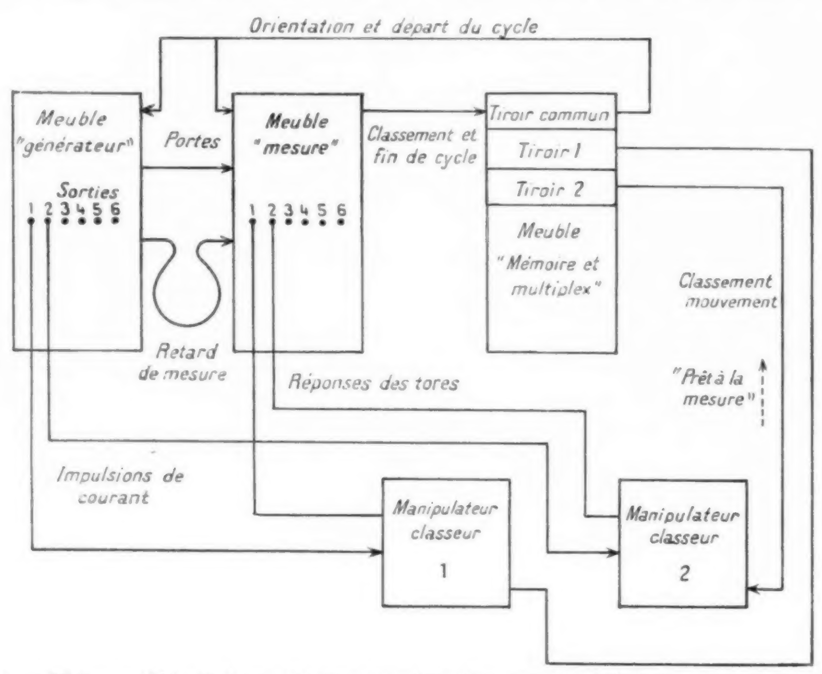
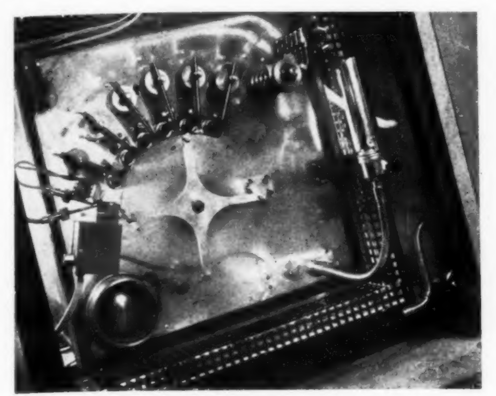


Fig. 6. — Schéma unifilaire de l'ensemble pour tri automatique représenté dans le cas de deux machines. (nombre maximum : 6).



Ensemble complet pour classement automatique des microtores.
De droite à gauche : meuble générateur d'impulsions, meuble de mesure, meuble de multiplex, manipulateur-classeur. La porte de l'enceinte isotherme contenant ce dernier a été enlevée pour la photographie. Au-dessus du manipulateur-classeur, le petit générateur auxiliaire d'impulsions étalonnées, servant au réglage et au test des sélecteurs.

nique, l'électronique est en action et effectue les mesures sur le tore. A cet effet, l'aiguille porte-tore est engagée, en position de mesure, entre deux paires de frotteurs qui amènent du générateur le pro-



Manipulateur classeur vu d'en haut.
En tournant dans le sens des aiguilles d'une montre, on rencontre : le vibrateur Sinex, le thermostat à thermistances, la pince de mesure (dans laquelle se trouve engagée une aiguille porte-tore), les six électro-aimants de classement, et enfin l'arbre à cames.

La mesure finie, la machine se remet en marche et le tore défile devant six électroaimants. Un de ceux-ci est magnétisé suivant les résultats de la mesure, conservés dans une mémoire et combinés par un circuit logique. Le tore est happé au passage par cet électroaimant et, lors de la démagnétisation de ce dernier, tombe dans un goulet qui le conduit à la boîte réservée à sa catégorie.

La machine fonctionne à une cadence assez lente : environ 1 s et demie pour un quart de tour. Il a été jugé plus sûr et moins coûteux d'avoir plusieurs machines à marche lente, puisque le multiplex permet, sans grande dépense supplémentaire, d'utiliser la cadence maximum des parties électroniques. Une seule machine à marche rapide serait probablement beaucoup plus coûteuse, plus délicate, et sujette à dérangements.

La durée d'arrêt de la machine est fixée par l'électronique : la machine prévient l'électronique qu'elle vient d'arriver en position de mesure et ne se remet en marche que lorsque l'électronique la prévient que la mesure est terminée. On peut donc régler à volonté la durée de la mesure sans qu'il n'y ait jamais de temps perdu.

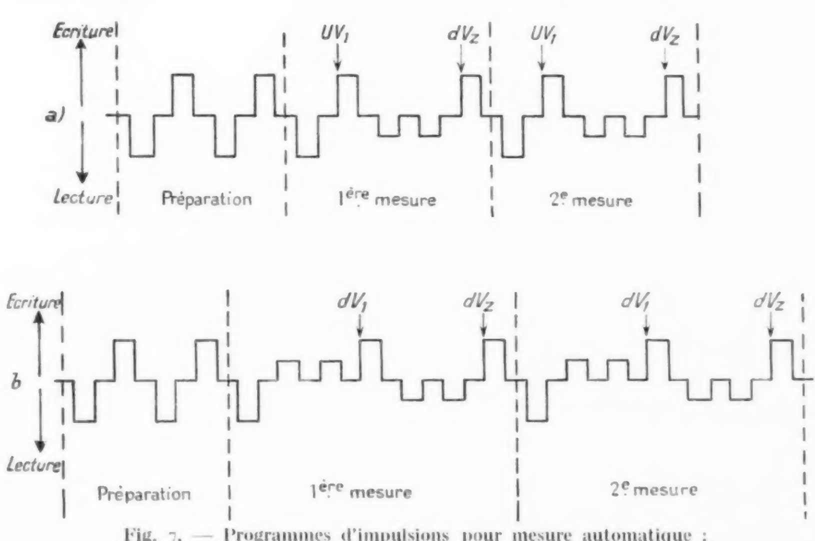


Fig. 7. — Programmes d'impulsions pour mesure automatique :
a. mesure de *u* V 1 et *d* Vz; *b*. mesure de *d* V 1 et *d* V z.

gramme d'impulsions de courant et emmènent vers le meuble de mesure les impulsions de tension, réponses du tore. Les couplages résiduels sont compensés par des circuits spéciaux disposés au voisinage de la double pince et soigneusement ajustés, comme dans le cas du manipulateur manuel.

La durée totale de la mesure est normalement de 0,25 s. Celle du classement étant de 1 s et demie, on voit qu'il serait possible d'effectuer jusqu'à six mesures pendant un classement; cette remarque est la base du multiplex qui sera décrit plus loin.

Le manipulateur-classeur travaille dans un coffre

clos maintenu à température constante. Cette température pouvant être assez basse (24°) et le fonctionnement de la machine dégageant une chaleur appréciable, ce coffre comporte un serpentin de refroidissement et des résistances chauffantes commandées par un thermostat à thermistances.

3.2.2. GÉNÉRATEUR D'IMPULSIONS. — Il est très semblable au générateur pour tri manuel. permettent aux tores d'atteindre leur équilibre magnétique complet.

On remarquera qu'après les impulsions préliminaires de formation, le programme proprement dit de mesure est répété deux fois, afin d'éviter qu'une impulsion parasite puisse fausser accidentellement le classement d'un tore : un dispositif situé dans la logique ne tient compte que des mesures qui se sont répétées deux fois.

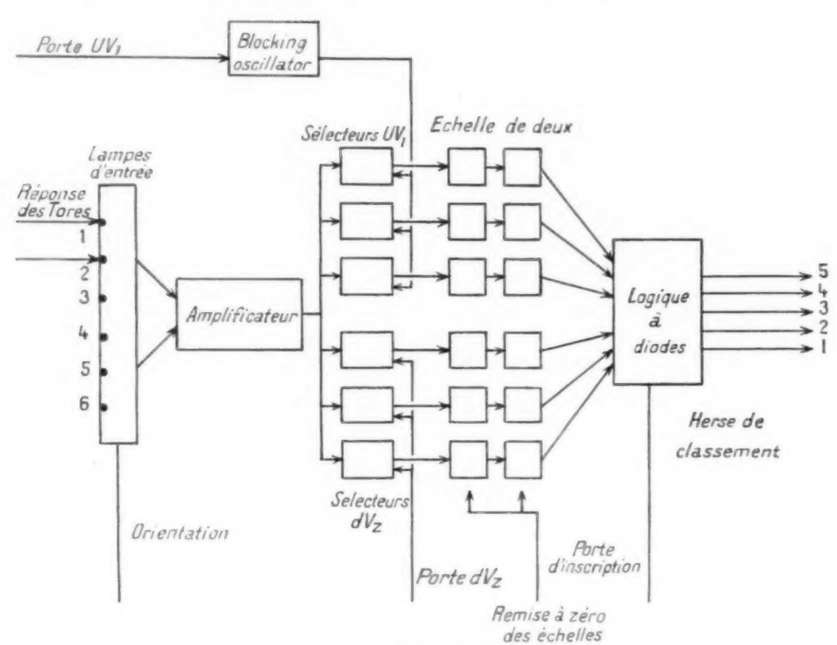


Fig. 8. — Schéma unifilaire du meuble de mesure.

Mais chaque tiroir ne comporte qu'un seul groupe d'intensités. En revanche, ce générateur est muni d'une sortie commutable par relais sur six prises coaxiales, destinées à la liaison aux manipulateurs automatiques, dont le nombre maximum prévu est de six. La commutation de la sortie est possible par relais sans perturbations gênantes.

Au point de vue programme d'impulsions, les possibilités sont les mêmes que celles de l'autre générateur. Ici, l'utilisation normale est le déclenchement programme par programme. La figure 7 représente des programmes typiques destinés à cet usage.

Les impulsions perturbatrices sont au nombre de deux dans nos programmes, alors qu'elles sont habituellement au nombre de huit dans les programmes classiques. Cependant notre essai est en réalité plus sévère, car nos impulsions très longues

3.2.3. MEUBLE DE MESURE. — Ce meuble comprend :

— des amplificateurs;
— des sélecteurs d'amplitude;
— des circuits logiques.

Le schéma unifilaire du meuble de mesure est donné sur la figure 8.

a. Amplificateurs. — Un premier problème est posé par la commutation des entrées. En effet, les six sorties des circuits de mesure sur les manipulateurs automatiques doivent être connectés successivement à l'entrée des amplificateurs.

Les essais faits dans le but d'employer des relais rapides pour faire directement ces connexions ont été infructueux.

Une autre méthode a été choisie : les six arrivées

sont connectées en permanence à six lampes, dont les sorties sont réunies en deux groupes de trois. Toutes ces lampes ont leurs écrans négatifs, sauf une : celle qui correspond à la machine actuellement en mesure. La commutation des écrans se fait facilement par relais. Chacun des groupes de trois anodes de ces lampes attaque une lampe et les deux anodes de ces lampes sont mises en parallèle et attaquent un tronc commun d'amplification.

Ce tronc commun bifurque ensuite en deux branches d'amplification inégale : la plus sensible est réservée aux signaux *d V z*, d'amplitude environ quatre fois plus faible que les signaux *d V* 1 ou *u V* 1.

Les signaux *u V* 1 ou *d V* 1 et les signaux *d V z* sont donc tous amenés à un niveau maximum d'une trentaine de volts; la dynamique utile de nos sélecteurs d'amplitude est en effet de 10 à 40 V.

Le dosage des corrections des amplificateurs a permis d'obtenir un temps de montée inférieur à 20 ns sans suroscillation.

La stabilité du gain des amplificateurs est assurée, d'une part en stabilisant soigneusement les tensions d'alimentation (chauffage y compris), d'autre part, en munissant chaque lampe d'une très forte contre-réaction en courant continu, par emploi d'une résistance de cathode de valeur élevée retournant à une tension négative régulée. La stabilisation du point de fonctionnement ainsi obtenue fixe pratiquement la pente du tube.

Des aiguillages par relais spéciaux situés dans l'amplificateur permettent de n'admettre dans les troncs finals que les impulsions que ceux-ci doivent amplifier; on évite ainsi les perturbations dues à des signaux de trop grande amplitude (*u V* 1 dans la branche *d V z*) ou de polarité opposée (écritures).

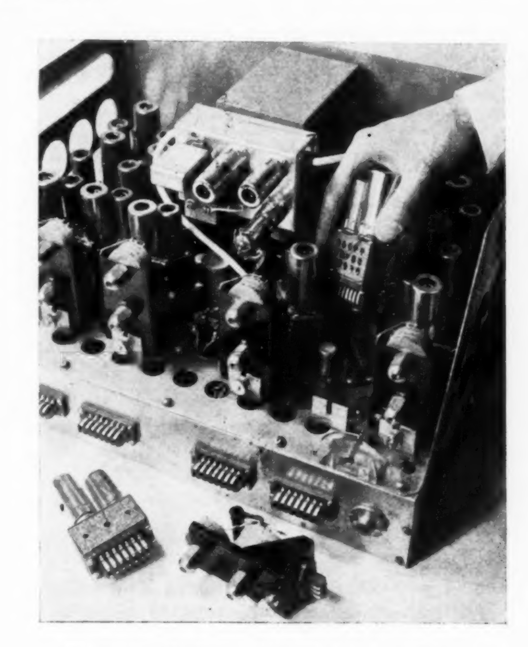
b. Sélecteurs d'amplitude. — Ces sélecteurs, dont l'action doit être extrêmement rapide, utilisent la classique bascule de Schmidt avec une lampe moderne : *E* 88 CC.

Il y a trois sélecteurs pour *u V* 1 ou *d V* 1 et trois sélecteurs pour *d V z*. Dans chaque cas, ils définissent trois frontières et répondent lorsque cette frontière est franchie.

Les sorties des sélecteurs traversent ensuite des « portes » du type « et » dont l'autre entrée est actionnée :

— dans le cas des sélecteurs *d V z*, par un signal provenant du générateur et indiquant que ce qui va être mesuré est effectivement un *d V z*;

— dans le cas des sélecteurs *u V* 1, par la sortie d'un oscillateur bloqué, fournissant une impulsion dont la durée est déterminée par une petite ligne à retard à constantes localisées. Selon le nombre de cellules, la durée de l'impulsion (durée de mesure) varie de 0,2 à 0,8 μs. L'oscillateur bloqué est déclenché par un signal engendré lors de la fermeture du relais à mercure de lecture et transmis par l'intermédiaire d'une ligne à retard à constantes réparties (câble spécial L.T.T.), qui donne le retard de mesure.



Tiroir de sélecteurs d'amplitude et de temps.
Ici encore, on a adopté une construction sur modules interchangeables, tantôt pour rendre immédiat un dépannage éventuel, tantôt pour permettre le changement des frontières de classement tout en conservant les réglages.

La fonction *u V* 1 ou (*d V* 1) n'est donc mesurée que pendant la durée de mesure et après le retard de mesure. On se souvient que, dans le fonctionnement réel, les réponses des tores ne sont enregistrées qu'un certain temps après l'application de l'impulsion de lecture, afin de donner aux impulsions parasites du type *d V z*, qui sont plus brèves, le temps de disparaître. Le retard de mesure peut être choisi, en fonction du type de tore à trier, en changeant la longueur ou le type du câble à retard, monté en liaison entre le meuble « générateur » et le meuble « mesure ».

Bien entendu, l'oscillateur bloqué n'est déclenché que lorsque ce qui doit être mesuré est un *u V* 1

ou un $d\,V\,1$, grâce à une « porte » manœuvrée par le générateur.

La figure 9 donne un exemple des conditions de sélection des impulsions $u\,V\,1$ et $d\,V\,z$.

c. Circuits logiques. — Les sorties des sélecteurs actionnent chacune deux échelles de deux en cascade. Lorsque la mesure a été répétée deux fois, la deuxième échelle marque donc 1 si le sélecteur a répondu chaque fois, et 0 s'il n'a répondu qu'une seule fois ou pas du tout.

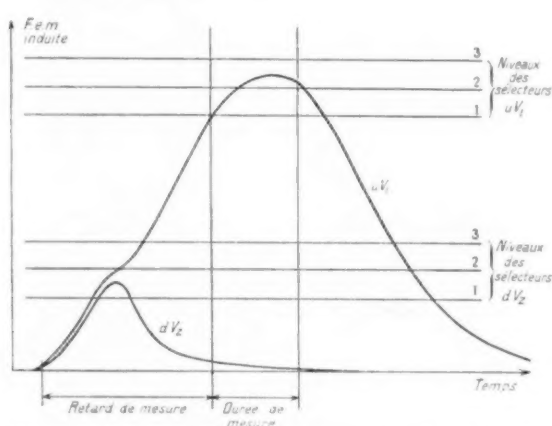
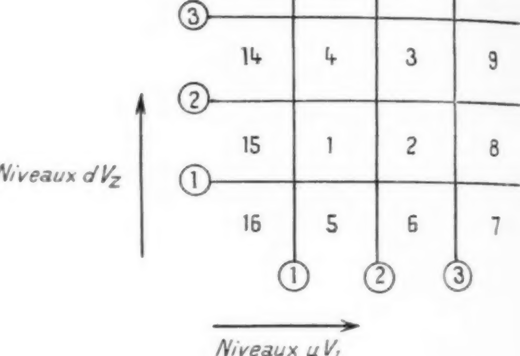


Fig. 9. — Diagramme de sélection des impulsions $u\,V\,1$ et $d\,V\,z$.

Les sorties de ces secondes échelles de deux alimentent (par l'intermédiaire de cathode-followers) une matrice à diodes permettant la sélection des classes. Bien entendu, à chaque cycle de mesure (donc, pour chaque tore) les échelles de deux sont toutes remises à zéro.

La combinaison des quatre classes de $u\,V\,1$ et des quatre classes de $d\,V\,z$ déterminées par l'action des sélecteurs donnerait 16 classes définitives (*fig.* 10 *a*). Or, il serait très difficile de munir le manipulateur-classeur de plus de six électroaimants de sélection. Le nombre total des classes est donc limité à six. Nous avons constitué la matrice à diodes en sorte que les classes réelles soient celles de la figure 10 *b*. La classe n° 5 comprend des tores de caractéristiques supérieures à ce qui était demandé dans le tri considéré; on pourra les retrier à nouveau pour une autre application, après avoir déplacé les frontières des sélecteurs. La classe D est la classe « déchet ». Les classes n°s 1, 2, 3 et 4 forment la partie directement utilisable du lot de tores soumis au tri.

Comme les organes commandés par la sortie de la matrice à diodes sont des thyratrons, ainsi qu'il sera dit plus loin, et que les résultats de la mesure s'inscrivent progressivement sur les échelles de deux, il faut empêcher de faux allumages de thyratrons qui auraient lieu avant que la mesure soit complète.



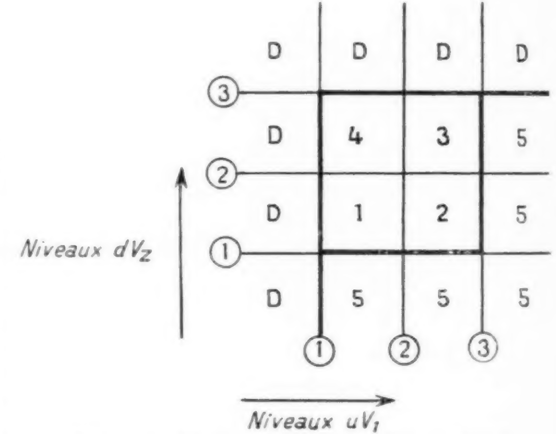


Fig. 10. — Diagrammes de répartition en classes.

Une « porte » d'inscription est donc tenue fermée tant que dure la mesure, ouverte ensuite un instant dès la mesure achevée pour permettre l'allumage du thyratron correspondant à la classe, puis refermée avant que les échelles de deux ne soient remises à zéro.

L'exploitation de l'information fournie par la logique se faisant dans un autre meuble, des cathode-followers sont intercalés dans les lignes de sortie, qui sont au nombre de cinq. En effet, la sixième classe (déchet) correspond au fait que le tore n'est

classé dans aucune des cinq autres classes; il n'y a pas besoin de transmettre cette information. Tout ce qui n'est pas explicitement déclaré « bon » est considéré comme « mauvais ».

3.2.4. MEUBLE DE MÉMOIRE ET DE MULTIPLEX. — *a. Mémoire.* — La fonction « mémoire » est indispensable dans notre ensemble; en effet le classement des tores n'a lieu qu'un moment après leur mesure, lorsque la machine, se remettant en marche, accomplit son quart de tour suivant.

Cette fonction « mémoire » doit être associée, non à l'appareillage de mesure, mais à chaque machine (manipulateur-classeur). En effet, dans la marche en multiplex, l'appareillage de mesure effectue les mesures de plusieurs machines pendant que l'une de celles-ci effectue le classement; il faut donc autant de mémoires que de machines.

Ces mémoires sont constituées chacune par cinq thyratrons ayant chacun dans leur plaque un relais. Expliquons d'abord le fonctionnement dans le cas où il n'y a qu'un seul manipulateur-classeur, et, par conséquent, une seule mémoire.

Les grilles de thyratrons sont réunies respectivement aux cinq lignes venant de la logique.

Lorsqu'une mesure vient de prendre fin, la porte d'inscription s'ouvre et le thyratron correspondant à la classe du tore s'allume. Si le tore est classé « déchet », aucun thyratron ne s'allume. La machine se remet en marche, pour effectuer un quart de tour. Le thyratron excité demeure allumé et maintient fermé son relais. Ce dernier porte deux contacts : l'un allume un témoin de contrôle, l'autre connecte une puissante source de courant continu à l'électroaimant correspondant à la classe, sur le manipulateur classeur. Cette connexion n'est pas faite en permanence, pour éviter une consommation et un échauffement inutiles (et nuisibles). Un contact à rupture brusque, inséré dans cette connexion, comme dans les autres connexions semblables, est actionné par une came lorsque le bras porte-aiguille passe devant l'électroaimant. Le relais correspondant étant fermé, l'électroaimant est excité et happe le tore au passage, pour le laisser tomber dans un goulet lors de la désaimantation.

Si aucun des cinq thyratrons n'a été allumé, le tore est happé par le sixième électroaimant, correspondant à la classe « déchet », qui est excité à chaque rotation de la machine. Le quart de tour une fois achevé, la machine s'immobilise pour la mesure d'un autre tore, qui a été « cueilli » par le bras porte-aiguille suivant, pendant ce quart de tour; puis le cycle recommence.

b. Multiplex. — Lorsqu'il y a plusieurs manipulateurs-classeurs fonctionnant simultanément, des fonctions supplémentaires doivent être assurées.

Le principe qui a été appliqué est celui d'un fonctionnement apériodique : chaque opération s'effectue dans le temps qui lui est nécessaire et prévient ensuite le reste de l'appareillage. Ce type de fonctionnement présente l'avantage qu'il n'y a rien à changer dans l'appareil, quel que soit le nombre de manipulateurs-classeurs en service.

Nous donnerons une analyse très succincte du fonctionnement. Supposons que le manipulateur n° 1 soit « en état de mesure », ce qui veut dire que non seulement son tore est immobile entre les frotteurs de contact, mais aussi que des relais ont connecté à ces frotteurs la sortie du générateur, ont ouvert l'entrée n° 1 du meuble de mesure, ont connecté les thyratrons associés au manipulateur n° 1 à la herse venant de la logique, et effectué encore quelques opérations nécessaires sur lesquelles il serait trop long de donner des détails.

La mesure s'effectue comme dans le cas où il y a un seul manipulateur; le signal « fin de mesure » provoque le mouvement et le classement de cette machine. Il est en même temps appliqué au manipulateur suivant. Si celui-ci a achevé son mouvement et se trouve en position de mesure, il passe immédiatement en état de mesure et la mesure est effectuée pour lui. S'il n'a pas achevé son mouvement, la mesure ne se fera que lorsqu'il sera parvenu en position de mesure. L'état de mesure se propage donc le long de la chaîne formée par les manipulateurs; le nombre de ceux qui tournent et celui de ceux qui sont arrêtés, sont déterminés par les durées relatives des rotations d'un quart de tour et de la mesure, ainsi que par le nombre de machines en service.

Les fonctions « mémoire » et « multiplex » sont groupées dans un meuble comportant un tiroir commun, six tiroirs individuels correspondant aux six manipulateurs et un tiroir d'alimentation.

Le tiroir commun comporte un dispositif assurant le test des parties électromécaniques, ainsi qu'un dispositif d'alarme stoppant la machine au cas où par suite d'une défaillance quelconque deux des manipulateurs seraient en état de mesure en même temps. En cas d'alarme, les deux « coupables » sont signalés.

Chaque tiroir individuel porte un commutateur permettant au manipulateur correspondant de fonctionner soit seul, soit en chaîne, soit de le mettre hors chaîne.

Chaque tiroir individuel porte aussi les thyratrons

de mémoire et tous les relais de sélection et de multiplex.

Un autre dispositif d'alarme sert à indiquer une défaillance du dispositif d'amenée des tores : c'est la panne la plus courante. A cet effet, un dispositif à coïncidence actionne un signal sonore bref, au moment de l'inscription, si le premier sélecteur *u V* 1 et le premier sélecteur *d V z* n'ont basculé ni l'un ni l'autre. S'il s'agit d'un tore mal cuit (peu magnétique) le signal sonore est unique; en cas de panne d'alimentation, il se répète à chaque cycle de la machine et l'opératrice se dérange alors. Pour savoir quelle est la machine coupable, dans le cas de la marche en multiplex, ce signal sonore est doublé d'un signal lumineux individualisé.

Ce dispositif d'alarme signalerait également toute panne du générateur et toute panne de l'amplificateur.

3.3. Dispositifs de test.

Les ensembles ont été conçus en sorte que leur état de fonctionnement correct soit très aisément vérifiable.

Pour les générateurs, le test essentiel est celui des intensités fournies sur chaque position : un ampèremètre de précision est prévu à cet effet. Des shunts sont intercalés dans les circuits des alimentations régulées + 10 V et — 10 V. En connectant l'ampèremètre sur l'un puis l'autre shunt et en faisant fermer les relais à mercure l'un après l'autre, on peut vérifier que les intensités ont bien la valeur désirée. Grâce aux précautions prises (alimentations régulées de résistance nulle, condensateurs au tantale) le courant lu en régime statique est égal au courant maximum qui sera appliqué au tore. Cette possibilité de mesurer (et au besoin d'ajuster) les divers courants en régime statique est une caractéristique précieuse de nos ensembles.

Le test et, si besoin est, le réglage du meuble de mesure s'effectuent au moyen d'un appareil spécial, séparé des meubles, mais travaillant sous l'influence du meuble générateur pour mesures automatiques. Cet appareil fournit des impulsions *u V* 1 et *d V z* calibrées, de hauteur sélectionnée à volonté. Il permet d'effectuer le test du meuble de mesure tout entier, logique comprise, et aussi le réglage exact des sélecteurs d'amplitude.

Le classement d'un tore est indiqué par un voyant s'allumant au moment de l'ouverture de la « porte » d'inscription. Ces voyants sont situés sur le tiroir commun du meuble de mémoire et de multiplex : ainsi se trouve testée la liaison entre ce meuble et le meuble de mesure.

Ce même tiroir commun porte aussi un commutateur (déjà signalé) permettant d'effectuer un test très rapide et très simple de tous les dispositifs de classement.

Divers dispositifs de simulation permettraient de localiser très rapidement une défaillance dans l'une quelconque des fonctions assurées par les différents meubles.

Tous les tests fractionnaires se chevauchent, en sorte qu'aucune partie de l'ensemble, si simple soit-elle (câble de liaison, commutateur, etc.) ne puisse demeurer hors de vérification.

CONCLUSION

Les ensembles de mesure et de tri que nous venons de décrire ont été conçus pour assurer leur service avec une très grande stabilité et ne demander chaque jour que très peu de temps pour leur vérification et les réajustements éventuels. A ce point de vue, ils sont très bien placés vis-à-vis des autres réalisations déjà connues.

Nous tenons à remercier particulièrement M. Vasseur pour les idées et conseils précieux qu'il nous a donnés au cours de longs et fréquents échanges de vues et M. Tachouères qui a dirigé la réalisation matérielle des ensembles et effectué les patientes mises au point.

INFORMATION GÉNÉRALE

La médaille Blondel pour l'année 1959 a été décernée à M. Jean-Claude Simon, Directeur du Département de Physique Appliquée de la Compagnie Générale de T. S. F., au cours de la séance du Comité André Blondel, le 18 mars 1959.

ABRIDGMENTS

PROPAGATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN COMPLETELY IONISED RESISTIVE PLASMAS

By J. M. Dolique

p. 107

PART I : THEORETICAL BASES

Introduction.

In order to study the propagation of electromagnetic waves in fully ionised plasmas, i. e., in the first place, to obtain a propagation equation of the form $\square^2 \mathbf{E} = F(\mathbf{E})$ [from which the dispersion relation $K = K(\omega)$, between the spatial pulsation K and the temporal pulsation ω is deduced], it is necessary to have available, in addition to the general equations

$$\square^2 \mathbf{E} = -\frac{1}{\varepsilon_0}\,\mathrm{grad}\,\rho - \mu_0 \dot{\mathbf{J}}.$$

$$\dot{\rho} + \mathrm{div}\,\mathbf{J} = 0$$

($\mathbf{E}$, electric field; ρ and $\mathbf{J}$, charge and current densities), a third relation $R(\mathbf{E}, \mathbf{J})$, making the elimination of ρ and $\mathbf{J}$ possible.

This relation will appear in the implicit form of q relations $R_i(\mathbf{E}, \mathbf{J}, u_1, \ldots, u_{q-1})$, where the u_i are the dynamic variables of the medium. The first part of this article is concerned with establishing these relations. However, the essentially didactic object of this has led the author to be explicit in respect of all the notions and definitions met with, so that this first part is a kind of summary of the theoretical bases relative to fully ionised plasmas.

1. General.

1.1. *Notation.*

1.2. *Notion of the plasma.*

After the notation has been set out, the expression is recalled of the electrical potential created by an ion, as established by Debye and Hückel for electrolytes. Applicable to ionised gases, this formula brings out the essential part played in the scale of lengths by the Debye length l_D. Below l_D we are in the microscopic range, above it is the macroscopic.

For a class of experiments characterised by the length L (for the propagation of electromagnetic waves, L is the wavelength λ), the plasma will be, by definition, an ionised gas for which L is much greater than l_D.

1.3. *Collisions in a fully ionised plasma.*

Consideration of the deflection angle θ (in the barycentric reference) causes two types of collisions to be recognised : close $\left(\theta > \frac{\pi}{2}\right)$ and distant $\left(\theta > \frac{\pi}{2}\right)$. The latter are far the more numerous. Although their individual effects are small they over-ride, even under cumulative conditions, the close collisions. This is the result of the calculations on relaxation frequencies made by Chandrasekhar for a Maxwell distribution of the diffusion centres.

1.4. *The various types of plasma.*

In view of their mathematical treatment, it is usual to recognise and distinguish between the following various types of plasma :

— relativistic or not;
— quantic or not (quantum degenerescence appears above the Fermi energy level);
— individual or collective.

The plasma of interest in connection with nuclear fusion are individual, neither quantic nor relativistic.

1.5. *Range of validity of the hypothesis of complete ionisation.*

This is expressed by Saha's formula.

1.6. *A few graphs.*

The author summarises the main previous results in the form of curves. In particular, in the plane ($\log n_e$, $\log T$), the range, which will later be applied, is expressed, of the individual fully ionised plasma, neither quantic nor relativistic.

1.7. *The plasma out of thermodynamic equilibrium.*

The plasma considered in the foregoing paragraphs was in thermodynamic equilibrium, formed of maxwellian populations of ions and electrons at the same temperature T. The only two parameters were T and n_e $\left(\text{electrical neutrality imposes } n_i = \frac{n_e}{Z}\right)$. When traversed by an electromagnetic wave, the plasma leaves the thermodynamic equilibrium.

2. Various descriptions of plasma out of thermodynamic equilibrium.

2.1. *Microscopic description.*

We are concerned with a real individual particle (Lorentz equation) or a mean real particle (Langevin equation).

2.2. *Macroscopic description.*

The following are considered in turn : the method of the Liouville equation, that of the Boltzmann equation, with collision operators of Boltzmann and Fokker Planck, lastly the method of the transport equation.

3. Establishing the fundamental equations of hydromagnetism (to the 1st order).

3.1. *General.*

These equations are the R_i ($\mathbf{E}$, $\mathbf{J}$, $u_1, \ldots, u_{q-1}$) of the introduction.

3.2. *Ionic and electronic dynamic variables of the fully ionised plasma.*

It is assumed that the arrival of the electromagnetic wave causes only slight dirturbances in the previous ionic and electronic maxwellian distributions which corresponded to a plasma embedded in a constant, uniform magnetic field. Four dynamic variables u_i are used Δn_i, Δn_e (density variations), $\mathbf{V}_i = \overline{\mathbf{W}}_i$, $\mathbf{V}_e = \overline{\mathbf{W}}_e$. Their reduced values will be taken as infinitely small.

3.3. *Establishing the relations* R_i ($\mathbf{E}$, $\mathbf{J}$, Δn_i, Δn_e, $\mathbf{V}_i$, $\mathbf{V}_e$).

Five relations are necessary for the four variables. One of them is the relation defining **J**; the other four are obtained by applying the transport equation to the unit and quantity of motion, for ions and electrons. The relations are made linear by means of simplifying assumptions.

3.4. *Advance to total dynamic variables.*

By a process of elimination the number of R_i terms is reduced to two, finally retaining as dynamic variable only one total quantity, **u**, the mass transport velocity.

PART II :

THE PRINCIPAL TYPES OF ELECTROMAGNETIC WAVES CAPABLE OF BEING PROPAGATED IN PLASMA

1. General.

A plasma contains a great variety of oscillatory motions, most frequently excessively complex. It may be taken that all waves capable of being propagated are of three main fundamental types :

— electromagnetic waves;
— hydromagnetic waves;
— electrostatic waves.

The object of this article is to study electromagnetic waves. This will be followed, however, by a study of hydromagnetic waves since, as will be seen, they are related to the former.

For each case considered, the dispersion relation $K = K(\omega)$ connecting the spatial and temporal pulsations will be established, then there will be deduced the phase velocity V and the absorption coefficient χ. It will then be possible to examine the conditions of propagation or of extinction of the wave. The corresponding domains will be graphically depicted and numerical applications will be given.

2. Electromagnetic waves, properly so-called.

The pulsation ω is very large compared to the ionic cyclotron pulsation ω_{ci}, and this permits of neglecting **u** in the two hydromagnetic equations. According whether the applied magnetic field $\mathbf{B}_0$ is parallel to the initial direction of the electric field of the wave or to the direction of propagation, the waves obtained are linearly or circularly polarised.

3. Hydromagnetic waves.

The presence of an imposed magnetic field $\mathbf{B}_0$ is necessary, $\omega < \omega_{ci}$ has to be retained in the equations but other simplifications appear. The two simplest types are examined : the transverse hydromagnetic wave of Alfven, the longitudinal hydromagnetic wave. The partly acoustic character of these waves is examined.

3.1. *General case.*

This has been studied by Herlofson and Van de Herlst. Also, Aström has shown that there is a continuous transition from hydromagnetic waves to electromagnetic waves when ω increases beyond the value ω_{ci}.

WHITE-NOISE CROSS-TALK METER TYPE FD 692

By R. Grit and G. Levaillant

p. 142

1. Introduction.

Long distance telephone connections make an increasing use of microwave links for the transmission of the multiplex signal resulting from the transposition of telephone channels. This raises the problem of being able to appreciate the quality of that signal. This is measured by the ratio of the useful signal power to the residual background noise in a telephone channel.

This noise has two sources : one thermal, due to electron agitation in the circuits, the other being cross-talk or coupling between a particular channel and all the other channels in operation at the time. These quantities can be measured in several ways.

In order to be able to separate cross-talk having its origin in the telephone channels from that due to the radio link, tests can be made on the radio link by selecting by means of filters a channel of a width equal to that of a telephone channel.

In a first method the multiplex signal at the input of the radio link is replaced by one or more pure frequencies distributed over the transmission spectrum, and the harmonics level and intermodulation products are measured at the output.

For microwave links transmitting a large number of channels, use is made of the fact that a multiplex signal has static characteristics close to those of a continuous and uniform spectrum within the limits of its extreme frequencies.

The method recommended by the C. C. I. R. consists in simulating the multiplex signal by filtered white noise. Noise output is measured with all modulation filtered out and consists of true noise and cross-talk.

The cross-talk meter designed by CSF caters for all microwave links transmitting from 60 to 600 channels.

2. Principle of the equipment.

The equipment measures the ratios signal/noise and signal/noise + cross-talk.

Measurements are made in two channels located at the extreme ends of the multiplex spectrum, in view of the fact that, in frequency modulation, noise is more pronounced at the higher than at the lower frequencies.

3. General characteristics.

The equipment is in two units; the transmitter contains the noise and signal generators and the level controls; the receiver unit contains the receiver with input attenuator, a selective high-gain amplifier and output power meter. Indications are in nepers to conform with telephone practice.

Figures are given for the input power for equipment ranging from 60 to 600 channels.

4. Description of the transmitter.

The transmitter is in rack form and consists of four main parts : noise generator, reference signal generator, a unit for measuring the output levels, with bolometer bridge and attenuators, a stabilised supply.

4.1. *Noise generator.*

The saturated diode showing various disadvantages, it has been replaced by the output voltage of a high-gain video amplifier which amplifies the noise in the first tube plus the thermal noise of a 4 700 Ω resistance in the grid. The amplifier has five stages followed by a power stage; it delivers regular and uniform noise to within 1 dB in the band of 60 kc/s to 2.8 Mc/s, and delivers a noise power of 3.3×10^{-2} mW per kc/s bandwidth, or 8 mW in the 60-300 kc/s band.

The filters used cut off all frequencies above the multiplex band and ensure an attenuation of over 85 dB in the measurement channel with a 75 dB attenuation in the channel corresponding to the receiver image frequency.

Details are given for the filters and attenuators.

4.2. *Reference signal generator.*

Because of the narrowness of the measurement band, crystal oscillators are used for the reference signal, their frequencies ranging from 50 to 2 655 kc/s.

4.3. *Level measurement.*

The levels measured are those at the outputs of the noise and reference signal generators. A transformer-coupler splits the power into two parts; half is dissipated, for level measurement, in a bolometer bridge, while the other half is passed to an attenuator for adjusting the output to the required level. The output level is given directly in Nepers referred to a milliwatt (Np/m).

Bolometer bridge. — This is the essential part in power measurement; it is a Wheatstone bridge the fourth arm of which is a thermistor. The bridge is suitably compensated and can be used at temperatures ranging from − 10 to + 50° C. with a possible variation of 0.2 dB. A protection arrangement is included for the starting up period.

Attenuators. — The attenuators are of the π network type covering 0 to 7.15 Np in steps of 0.05 Np; their precision is of 1 % over the whole of the 50 kc/s to 3 Mc/s band.

4.4. *Transmitter operation.*

The front panel carries two switches, one for selecting the characteristics of the noise generator, spectrum and positions of the attenuation gaps, and the frequencies of the reference signal generator to suit the number of channels in the radio link. The other switch directs to the output either the noise or the reference signal. This switch has four positions : a " signal " position which connects the signal generator attenuator to the output, and the bolometer bridge to the corresponding coupling transformer. This gives the reference level in the measurement channel; an " 0 " position for adjusting the bolometer and measuring the residual noise in the measurement channel; a " noise " position connecting the noise generator to the output and to the bolometer, for the measurement of noise plus cross-talk level. In the fourth position the thermistor is disconnected and a linear resistance substituted in order to raise the value of the measured ratio by some 10 dB by removing the source of spurious cross-talk occasioned by the non-linearity of the thermistor.

5. Description of the receiver.

The receiver is in five main parts : an attenuator, an input circuits unit, a selective amplifier and local oscillator, an amplifier output power measuring device and a stabilised power supply.

5.1. *Attenuator.*

This is similar to those in the transmitter; it contains two decades showing decinepers and nepers, and an additional switch inserting 0 to 4 Np for balancing purposes.

5.2. *Input circuits.*

The input circuit has to meet four conditions :

a. to present an input impedance equal to that of the preceding attenuator output;
b. to provide a large gain to ensure good sensitivity;
c. to be selective for the removal of modulation white noise components;
d. to have a wider pass-band than that of the measurement channel.

5.3. *Local oscillator amplifier.*

A description of this item is given.

5.4. *Output power measurement.*

This uses a square-law detector which has the advantage of simplicity and is quite suitable for a narrow frequency band. The conventional circuit is modified by the use of three crystals in series instead of a diode; this ensures a square law over a fairly wide range of voltage. Measurements are always made by comparing input levels. A protection arrangement is provided to deal with any possible overload on the meter.

6. Conclusion.

The measurement principle is simple and free of ambiguity in the interpretation of the results. Its ruggedness permits of its use at stations without the need of special precautions.

MEMORY CORE CONTROL AND SORTING APPARATUS FOR QUANTITY PRODUCTION

By J. Riethmuller p. 156

Ferrite elements are among those most widely used as memories in computers and the like. This is due to their stability, reliability, low cost and minute size.

Because of the delicate processes involved in their production each micro-core has to be carefully controlled before it can be sold or incorporated in matrices. When carried out with a scope such control requires precision equipment and a relatively long time by trained operators.

In order to lower costs, core manufacturers have had to resort to entirely automatic control processes.

This article gives a brief description of the visual measurement and automatic sorting equipment developed by CSF for the Cofelec Company.

1. Micro-toroid control and sorting.

Control is effected by the application to the core of a suitable series of pulses and half-pulses of writing and reading currents, and by measuring the response of the core.

Control and sorting equipment consists of :

— a toroid manipulator;
— a pulse generator;

— a meter;
— a logical system;
— a sorting device.

For automatic operation, the manipulator is combined with the sorting device. The measuring gear consists of amplitude and time selectors. The logical system combines the data supplied by the measuring equipment and controls sorting.

2. **CSF equipment.**

The CSF equipment differs from known equipment in respect of two characteristic features.

The first is concerned with pulse generation by means of relays and passive networks, and not by electron tubes.

The second is related to the following observation : reading a tore takes much less time than its manipulation and sorting. To reduce equipment costs, a multiplex equipment was designed enabling a generator, measuring gear and logical system to serve a number of sorter-manipulators.

Two designs have been produced : a manual sorting unit for laboratory measurements and pilot production; an automatic system for quantity production tests, capable of extension to cater for an increase in the number of sorter-manipulators.

3. **Manual sorter.**

This consists of three principal parts : a core holder, a pulse generator, an oscilloscope.

4. **Core holder.**

This is a conventional equipment which has been modified in order to secure extremely small residual coupling. Resistive coupling has been eliminated by the use of a coaxial pin for stringing the cores, thus avoiding the presence of a " pedestal " in the hysteresis loops due to ohmic loss in the pin. Inductive coupling has been reduced to a minimum by cutting down as much as possible the area of the loop feeding the current to the cores. This is obtained by feeding the current along the outer conductor of the central pin, a special clip bringing the conductor right up against the core.

The loop picking up the induced voltage uses the inner conductor of the coaxial pin.

5. **Current pulse generator.**

This is the really novel part of this equipment. It is not necessary to use extremely short current pulses; much longer pulses than are usually employed can be used, provided the rise time of the pulse is of the order of a fraction of a microsecond. Such pulses can be obtained from high-grade relays and a regulated supply, transit time being practically zero. Such relays are available in the form of mercury-wetted contacts (Western Electric or Clare). Regulation being rather inadequately fast, help is obtained from very-high capacity tantalum condensers which take care of the initial pulse while the regulation picks up for the test of the pulse duration. Auxiliary networks are provided to render the pulse edges satisfactorily linear over the greater part of the rising edge; they also help to absorb stray oscillations at the closing of the relays.

The relays are operated by an electronic clock which provides means for producing any required pulse programme up to a maximum of 24 pulses per programme. The duration of the pulse and of the intervals can be varied from one second to one two-hundredth of a second, three rates being provided : one-shot action, programme sequence and continual repetition of the programme.

A novel arrangement makes it possible to examine any particular pulse on the oscilloscope, which is very useful for the removal of ambiguities.

6. **Automatic sorter.**

This system consists of :

— one, or up to 6, automatic core manipulators;
— a pulse generator;
— an amplitude and logical selection unit;
— a memory and multiplex unit.

7. **Automatic core manipulator.**

The micro-cores are collected off the conventional vibration belt by needles mounted at the end of four rotating arms which are stepped forward by quarter turns separated by periods of immobility. The measurements on the cores are made during that arrested period. This is obtained by inserting the needle between two pairs of sliding contacts which bring the pulse programme from the generator, and bring to the measuring unit the voltage pulses of the core response.

When the measurement has been effected, the core passes in front of six electromagnets; one is magnetised in accordance with the results of the measurements and releases the adhering core, when the excitation is cut off, into a bin appropriate to its category.

Instead of one costly high-speed machine, several are used to feed the high-speed multiplex electronic system which controls the operations. This multiplex is related to the fact that measurements take up about six times less time than sorting, so that six measurements can be effected during the sorting period.

8. **Pulse generator.**

This generator is similar to the manual sorter generator, but is provided with six switched outputs for connection to the six manipulators.

As an insurance against faulty sorting due to the occurrence of spurious pulses, every measurement is made twice in succession and an arrangement located in the logical unit takes account only of measurements repeated a second time.

9. **Measurement unit.**

This unit consists of :

— amplifiers;
— amplitude selectors;
— logical circuits.

10. **Amplifiers.**

An electron tube system is used instead of relays for the switching operations to the two amplifier chains, from the automatic manipulators. These amplifier chains one corresponding to " zero " and the other to " one " readings, are of unequal gains so as to bring the two kinds of pulse signals to a common level. They are stabilised by the provision of a stable supply and by strong negative feed-back. A system of automatic switches keeps the signals of one kind isolated from those of another kind, so as to avoid interference on lower level signals by those of a higher level.

11. **Amplitude selectors.**

These fast selectors utilise the Schmidt flip-flop with modern tubes; they come into action when amplitude limits are exceeded.

The selector outputs then pass through " and " gates whose other input is acted upon :

— either by a signal from the generator indicating that the measurement about to be made is actually of a particular kind;
— or, by the output of a blocking oscillator which delivers pulses whose duration is determined by a small delay line with lumped constants. The blocking oscillator is triggered by a signal generated at the closing of the mercury contact reading relay and transmitted through a delay line with distributed constants, which delays the measurement as required.

12. **Logical circuits.**

Each selector output operates two scales of two in cascade, where the recognition of a double measurement is effected. The output then goes to a system of diode-matrix for classification. This diode matrix divides the cores into six classes according to the " zero " and " one " readings. The first four classes correspond to cores whose " zero " and " one " readings are within specific limits. The fifth classification corresponds to cores better than the top selection, as set up; while the sixth corresponds to rejected cores. The final sorting operation is made by means of thyratrons suitably gated from the generator to prevent their coming into action otherwise than when the measurements have been completed and before the sorters have been reset to zero.

13. **Memory and multiplex unit.**

13.1. *Memory.*

Each machine has to possess its own memory which cannot be associated with the measurements unit, several measurements being made while one machine is in process of sorting. These memories consist of five thyratrons, each with a relay in its plate circuit.

Considering the case where only one manipulator is used, the grids of the five thyratrons are connected to the five lines from the logical unit. When a measurement is completed, the writing gate opens and the thyratron corresponding to the particular class strikes.

13.2. *Multiplex.*

When several sorter-manipulators are in simultaneous operation, additional functions have to be provided. These functions are provided on the principle that each manipulator is allowed all the time it requires for an operation, the system waiting until this is achieved before taking up another manipulator.

The memory and multiplex functions are grouped in a unit with a common tray, six individual trays corresponding to the six manipulators and one supply tray. The common tray carries out certain electro-mechanical tests and sounds an alarm should two manipulators happen to be in action at the same instant.

Other alarm arrangements are provided to deal with faults occurring on the core belt, and with cases of cores of very poor magnetic quality.

14. Test arrangements.

Checking arrangements have been provided to ensure that the equipment is in proper order, in particular that the currents have the correct values.

Conclusion.

The equipment described has been designed for high stability while requiring very little time for its daily check and readjustments.

ZUSAMMENFASSUNGEN

FORTPFLANZUNG DER ELEKTROMAGNETISCHEN WELLEN IN TOTAL IONISIERTEN PLASMEN MIT ENDLICHEM LEITWERT

Von J. M. DOLIQUE S. 107

I. TEIL : THEORETISCHE GRUNDLAGEN

Einleitung.

Um die Fortpflanzung elektromagnetischer Wellen in ganz ionisierten Plasmen zu untersuchen, das heisst zunächst um eine Fortpflanzungsgleichung der Form $\Box^2 = F(\mathbf{E})$ abzuleiten [von der man die Dispersionsgleichung $K = K(\omega)$ zwischen der räumlichen Kreisfrequenz K und der zeitlichen Kreisfrequenz ω ableiten kann] muss man ausser den allgemeinen Gleichungen.

$$\Box^2 \mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \operatorname{grad} \rho - \mu_0 \mathbf{J}.$$

$$\rho + \operatorname{div} \mathbf{J} = 0$$

($\mathbf{E}$, elektrische Feldstärke; ρ und $\mathbf{J}$, Ladungs-, bezw. Stromdichte) noch über eine dritte Gleichung $R(\mathbf{E}, \mathbf{J})$ verfügen, sodass man ρ und $\mathbf{J}$ ausschalten kann.

Dieses Verhältnis wird in impliziter Form durch q Gleichungen $R_i(\mathbf{E}, \mathbf{J}, u_1, \ldots, u_{q-1})$ dargestellt, wo die u_j die dynamischen Veränderlichen des Mediums darstellen. Der erste Teil dieses Aufsatzes befasst sich mit der Ableitung dieser Gleichungen. Der wesentlich didaktische Zweck dieses Teiles hat den Verfasser dazu gebracht, alle Begriffe und Definitionen, auf welche man stösst, auszulegen, sodass dieser erste Teil eine Zusammenfassung der theoretischen Grundlagen betreffs der ganz ionisierten Plasmen darstellt.

1. **Allgemeines.**

1.1. *Symbole.*

1.2. *Begriff des Plasmas.*

Nachdem die verwendeten Symbole angeführt wurden, wird auf den Ausdruck des elektrischen Potentials; das durch ein Ion hervorgerufen wird, wie es von Debye und Hückel für Elektrolyten abgeleitet wurde, hingewiesen. Diese Formel, die auch für Gase gültig ist, unterstreicht die bedeutende Rolle, welche in den Längenmassen von der Debye-Länge l_D gespielt wird. Unter l_D ist man im mikroskopischen Bereich, darüber im makroskopischen.

Für eine Klasse von Versuchen, welche durch die Länge L gekennzeichnet ist (bei der Fortpflanzung von elektromagnetischen Wellen ist L die Wellenlänge λ) ist das Plasma definiert als ein ionisiertes Gas, für welches $L \gg l_D$.

1.3. *Zusammenstösse in einem ganz ionisierten Plasma.*

Durch die Betrachtung des Umleitwinkels θ (in bezug auf die Schwerpunktachsen) wird man dazu gebracht zwei Arten von Zusammenstössen zu unterscheiden : die nahen $\left(\theta > \frac{\pi}{2}\right)$ und die weiten $\theta < \frac{\pi}{2}$. Die letzteren sind bei weitem die zahlreichsten. Obwohl ihre individuelle Auswirkung klein ist, ist ihr Einfluss zusammengenommen stärken als der, der nahen Zusammenstösse. Das folgt aus der Berechnung der Kippfrequenzen, die Chandrasekhar für eine Maxwell'sche Verteilung der Diffusionszentren ausgeführt hat.

1.4. *Verschieden Plasmatypen.*

Für die mathematische Behandlung unterscheidet man üblicherweise mehrere Plasmatypen :

— relativistisches oder nicht relativistisches Plasmen;
— quantisches oder nicht quantisches Plasma (die quantische Entartung erscheint unter dem Fermi-Energiepegel);
— individuelles oder kollektives Plasma.

Die für die thermonukleare Verschmelzung interessanten Plasmen sind individuelle, weder quantische noch relativistische Plasmen.

1.5. *Geltungsbereich der Hypothese der totalen Ionisierung.*

Dieser Bereich wird durch die Formel von Saha festgelegt.

1.6. *Einige graphische Darstellungen.*

Diese Darstellungen fassen die Hauptresultate in Form von Kurven zusammen. Man umgrenzt insbesondere in der Ebene ($\log n_e$, $\log T$) das Bereich des individuellen, nicht quantischen und nicht-relativistischen Plasma. In der Folge wird immer vorausgesetzt, dass man sich in diesem Bereich befindet.

1.7. *Das Plasma ausser dem thermodynamischen Gleichgewicht.*

Das in den vorigen Absätzen betrachtete Plasma war in thermodynamischem Gleichgewicht; es war von einer Maxwell'schen Ionen- und Elektronenbevölkerung gleicher Temperatur T gebildet. Die zwei einzigen Parameter waren T und n_e (die elektrische Neutralität erfordert $n_i = \frac{n_e}{Z}$). Bei der Fortpflanzung einer elektromagnetischen Welle weicht das Plasma von thermodynamischen Gleichgewicht ab.

2. Verschiedene Beschreibungen eines Plasmas ausser dem thermodynamischen Gleichgewicht.

2.1. *Mikroskopische Beschreibung.*

Man betrachtet die Bewegung einer reellen getrennten Partikel (Lorentzsche Gleichung) oder einer mittleren Partikel (Gleichung von Langevin).

2.2. *Makroskopische Beschreibung.*

Man betrachtet nacheinander : das Verfahren der Gleichung von Liouville, das der Gleichung von Boltzmann mit den Kollisionsfaktoren von Boltzmann und von Fokker-Planck, und schliesslich das Verfahren des Transportes.

3. Aufstellung der Grundgleichung des Hydromagnetismus (Näherung der ersten Ordnung).

3.1. *Allgemeines.*

Es handelt sich um die R_i ($\mathbf{E}$, $\mathbf{J}$, $u_1, \ldots, u_{q-1}$) die in der Einleitung erwähnt worden sind.

3.2. *Dynamische, ionische und elektronische Veränderliche des total ionisierten Plasmas.*

Es wird vorausgesetzt, dass das Einfallen der elektromagnetischen Welle nur schwache Störungen zu den ursprünglichen Maxwell'schen Verteilungen der Ionen und Elektronen bringt, welche einem Plasma entspachen, das sich in einem gleichförmigen, konstanten Magnetfeld befindet. Vier dynamische u_j werden verwendet : Δn_i, Δn_e (Änderungen der Dichte), $\mathbf{V}_i = \overline{\mathbf{W}}_i$, $\mathbf{V}_e = \overline{\mathbf{W}}_e$. Ihre reduzierten Werte werden als unendlich kleine Grössen betrachtet.

3.3. *Ableitung der Verhältnisse* R_i ($\mathbf{E}$, $\mathbf{J}$, Δn_i, Δn_e, $\mathbf{V}_i$, $\mathbf{V}_e$).

Für diese fünf Veränderlichen werden fünf Verhältnisse benötigt. Das eine ist das Verhältnis, welches zur Definition von $\mathbf{J}$ dient; die vier anderen werden durch Anwendung der Transportgleichung an die Energie und an die Bewegungsgrösse für die Ionen und Elektronen gewonnen. Durch vereinfachende Annahmen konnten die Verhältnisse durch lineare Ausdrücke dargesstellt werden.

3.4. *Uebergang zu dynamischen zusammenfassenden Veränderlichen.*

Durch Ausschaltung wird die Zahl der R_i auf zwei herabgesetzt, wobei man als dynamische Veränderliche nur eine einzige Veränderliche, die Geschwindigkeit des Massentransportes $\mathbf{u}$, beibehält.

II^er TEIL :

HAUPTTYPEN DER ELEKTROMAGNETISCHEN WELLEN, DIE SICH IN EINEM PLASMA FORTPLANZEN KÖNNEN

1. Allgemeines.

In einem Plasma findet man eine Vielheit verschiedener Schwingungsvorgänge, die meist sehr kompliziert sind. Alle Wellen die sich im Plasma fortpflanzen können gehören zu den drei folgenden Haupttypen :

- elektromagnetische Wellen;
- hydromagnetische Wellen;
- elektrostatische Wellen.

Der Zweck dieser Abhandlung ist die Untersuchung der elektromagnetischen Wellen. Man wird aber dazu kommen die hydromagnetischen Wellen zu untersuchen, da sie mit den ersteren verknüpft sind.

In jedem der betrachteten Fälle wird man die Dispersionsgleichung $K = K(\omega)$ ableiten, welche die räumliche Kreisfrequenz mit der zeitlichen Kreisfrequenz ω verbindet; man zieht dann daraus die Phasengeschwindigkeit, sowie den Absorptionsfaktor χ. Man kann so die Fortpflanzungs bezw. Dämpfungsbedingungen der Welle betrachten. Die entsprechenden Bereiche werden graphisch begrenzt und einige Zahlenbeispiele werden gebracht.

2. Eigentliche elektromagnetische Wellen.

Die Kreisfrequenz ω ist sehr gross in bezug auf die Kreisfrequenz des Ionen-Zyklotrons ω_{ci}, sodass man in den beiden hydromagnetischen Gleichungen $\mathbf{u}$ vernachlässigen kann. Je nachdem ob das herrschende Magnetfeld $\mathbf{B}_0$ parallel zur

ursprünglichen Richtung des elektrischen Feldes der Welle oder parallel zur Fortpflanzungsrichtung ist, hat man plan- oder zirkular-polarisierte Wellen.

3. **Hydromagnetische Wellen.**

Vorbedingung ist, dass es ein Magnetfels $\mathbf{B}_0$ gibt; $\omega < \omega_{ci}$. **u** muss in den Gleichungen beibehalten werden; es sind aber andere Vereinfachungen möglich. Es werden die zwei einfachsten Typen untersucht : die hydromagnetische Querwelle von Alfven und die hydrodynamische Längswelle. Es wird der wesentlich akustische Charakter dieser Wellen untersucht.

3.1. *Allgemeiner Fall.*

Er wurde von Herlofson und Van de Herbst untersucht. Andrerseits hat Aström gezeigt, dass man einen kontinuierlichen Uebergang von den hydromagnetischen Wellen zu den elektromagnetischen Wellen hat, wenn ω mit steigenden Werten den Wert ω_{ci} durchfährt.

NEBENSPRECHMESSGERÄT FÜR « WEISSES » RAUSCHEN TYPE FD 692

Von R. Grit und G. Levaillant s. 142

1. **Einleitung.**

Telefonfernverbindungen verwenden in steigendem Masse UKW-Richtfunkstrecken zur Uebertragung des Multiplexsignales, welches durch Ueberlagerung der Sprechkanäle mit einer Trägerfrequenz gewonnen wird. Dadurch wird das Problem der Abschätzung der Güte dieses Signales gestellt. Diese wird als das Verhältnis des Nutzsignales zu den Restgeräuschen im Sprechkanal definiert.

Diese Geräusche werden durch zwei Ursachen bewirkt : die eine ist die thermische Bewegung der Elektronen in den Stromkreisen, die andere ist das Nebensprechen, das durch die Kupplung zwischen dem betrachteten Kanal und allen anderen Kanälen unter normalen Betriebsverhältnissen bedingt wird. Diese Grössen können auf verschiedene Weisen gemessen werden.

Um das Nebensprechen, das seinen Ursprung in der Telefonader hat, von dem durch die Richtfunkstrecke bedingten Nebensprechen zu trennen, kann man auf der Richtfunkstrecke Versuche anstellen, indem man durch Filter einen Kanal aussiebt, dessen Bandbreite der eines Telefonkanals entspricht.

In einem ersten Verfahren wird das Multiplexsignal am Eingang der Richtfunkstrecke durch ein oder mehrere reine Frequenzen ersetzt, die über das übertragene Frequenzspektrum verteilt sind, und man miss am Ausgang den Pegel der Oberwellen und der Nebenwellen, die durch die Kreuzmodulation gebildet werden.

Bei einer UKW-Richtfunkstrecke, welche zur Uebertragung einer grossen Kanalanzahl dient, wird die Tatsache, dass ein Multiplexsignal statistische Kennwerte aufweist, welche sehr wenig von denen eines stetigen und regelmässigen Spektrums mit denselben Grenzfrequenzen abweichen, ausgenützt.

Das vom C. C. I. R. empfohlene Verfahren besteht darin, dass man das Multiplexsignal durch ein gefiltertes weisses Rauschen ersetzt. Die Geräusche am Ausgang werden nach Aussieben der Modulation im Kanal gemessen und man erhält so die Summe der Geräusche und des Nebensprechens im Kanal.

Das Nebensprechmessgerät, das von der Fa. CSF entwickelt wurde, ermöglicht diese Messung in allen UKW-Richtfunkstrecken zur Uebertragung von 60 bis 600 Sprechkanälen.

2. **Grundsätzliche Arbeitsweise.**

Dieses Gerät misst den Rauschabstand d. h. das Verhältnis Signal/Geräusch sowohl als das Verhältnis Signal/(Geräusch + Nebensprechen). Die Messungen werden in zwei Kanälen vorgenommen, die sich an den äussersten Grenzen des Multiplexspektrum befinden, und zwar unter Berücksichtigung der Tatsache, dass bei einer Frequenzmodulation die Geräusche bei den höheren Frequenzen stärker sind als bei den niedrigeren Frequenzen.

3. **Allgemeine Daten.**

Die Anlage umfasst zwei Einheiten : den Messender, mit dem Rausch- und dem Signalgenerator und den Pegelkontrollgeräten, den Empfänger mit dem Eingangsdämpfer, mit einem selektiven Verstärker mit hoher Verstärkung und mit dem Ausgangsleistungsmesser. Die Anzeige erfolgt gemäss der Telefonpraxis in Nepern.

Es werden zahlenmässige Angaben betreffs der Eingangsleistung für Ausrüstungen mit 60 bis 600 Kanälen geliefert.

4. **Aufbau des Senders.**

Der Messender ist in Einschubbauweise ausgeführt und umfasst vier Hauptteile : den Rauschgenerator den Bezugssignalgenerator, das Messgerät zur Messung des Ausgangspegel mit einer Bolometerbrücke und einem Dämpfer und das Netzgerät.

4.1. *Rauschgenerator.*

Da eine gesättigte Diode verschiedene Nachteile aufweist, ist sie durch die Ausgangsspannung eines Videoverstärkers hoher Verstärkung ersetzt, welcher das Rauschen der ersten Röhre plus das thermische Rauschen eines 4 700 Ω-Widerstandes im Gitter verstärkt. Der Verstärker umfasst fünf Stufen, denen eine Leistungsstufe nachgeschaltet ist; er liefert eine regel-

mässige einförmig verteilte Rauschspannung, die im Frequenzband zwischen 60 kHz und 2,8 MHz um höchstens 1 dB abfällt, und die abgegebene Leistung beträgt 3,3 × 10⁻³ mW/kHz Bandbreite oder insgesamt 8 mW im Bande von 60-300 kHz.

Die eingeschalteten Filter schneiden alle Frequenzen ausser dem Multiplexfrequenzband und geben eine Dämpfung von über 85 dB im Messkanal mit einer Dämpfung von 75 dB im Kanal, welcher der Bildfrequenz des Empfängers entspricht.

Es werden einige Details über die Filter und die Dämpfungen gegeben.

4. 2. *Bezugssignalgenerator.*

Wegen der sehr schmalen Bandbreite des Messfrequenzbandes werden für das Bezugssignal Kristall-gesteuerte Generatoren verwendet, deren Frequenzen von 50 bis 2 655 kHz betragen.

4. 3. *Pegelmessungen.*

Die gemessenen Pegel sind die am Ausgang des Rauschgenerators und des Bezugssignalgenerators. Ein Uebertrager-Koppelglied teilt die Leistung in zwei Teile, die eine Hälfte wird in eine Bolometermessbrücke für Pegelmessung geleitet, während die andere durch eine Dämpfung geleitet wird, um die Ausgangsleistung auf den gewünschten Pegel einzuschalten. Der Ausgangspegel wird direkt in Neper in Bezug auf 1 mW (Np/m) gegeben.

Bolometerbrücke. — Diese Schaltung stellt den Hauptteil der Leistungsmesschaltungdar, sie besteht aus einer Messbrücke, deren vierter Arm einen Widerstand mit negativen Temperaturbeiwert enthält. Die Brücke enthält eine Temperaturausgleichschaltung und kann bei Aussentemperaturen zwischen + 10 und + 50° C verwendet werden mit einem Messfehler von 0,2 dB. Eine Schutzschaltung ist für das Anlaufen des Gerätes vorgesehen.

Dämpfung. — Die Dämpfung besteht aus einem Netzwerk mit π-Dämpferzellen und gibt eine in Stufen von 0,05 Np zwischen 0 und 7,5 Np einstellbare Dämpfung. Die Genauigkeit der Dämpfung beträgt 1 % über den ganzen Messbereich von 50 kHz bis 3 MHz.

4. 4. *Bedienung des Senders.*

Die Fronttafel trägt zwei Schalter, den einen zur Auswahl der charakteristischen Daten des Rauschgenerators (Spektralbereich und Lage der Dämpfungsbänder), sowie der Frequenzen des Bezugsgenerators, um sie an die Anzahl der Kanäle in der Funkstrecke anzupassen. Der andere Schalter dient zum Anschalten entweder des Rauschgenerators oder des Bezugssignales. Dieser Schalter kann vier Stellungen einnehmen : eine Stellung « Signal » schaltet den Dämpfer des Signalgenerators an den Ausgang und die Bolometerbrücke an das entsprechende Uebertrager-Koppelglied. Dies ergibt den Bezugspegel im Messkanal, eine Stellung « 0 » zum Einstellen des Bolometers und zum Messen der Restgeräusche im Kanal, eine Stellung « Rauschen », welche den Rauschgenerator an den Ausgang und an das Bolometer schaltet, zur Messung des Pegels des Geräusches plus dem Nebensprechen. In einer vierten Stellung wird der Thermistor (Widerstand mit negativen TK) abgeschaltet und durch einen linearen Widerstand ersetzt, um den Wert des gemessenen Verhältnisses um etwa 10 dB zu vergrössern indem man die Quelle von zufällig verteilten Nebensprechen, die von dem Linearitätsfehler des Widerstandes mit negativen TK bedingt sind, ausschaltet.

5. Aufbau des Empfängers.

Der Empfänger ist in fünf Hauptteile gegliedert : einem Dämpfer, einem Eingangskreis, einen selektiven Verstärker mit Ueberlagerungsoszillator, einem Verstärker, einen Leistungsmesser für die Ausgangsleistung und einer stabilisierten Netzversorgung.

5. 1. *Dämpfer.*

Der Dämpfer ist ähnlich dem des Senders aufgebaut, er umfasst zwei Dekaden, welche die Neper und zehntel anzeigen, sowie einen zusätzlichen Schalter zum Einschalten einer Ausgleichsdämpfung von 0 bis 4 Np.

5. 2. *Eingangskreis.*

Der Eingangskreis muss vier Bedingungen erfüllen :

a. der Eingangswiderstand soll gleich dem Ausgangswiderstand des obigen Dämpfers sein;

b. er muss eine grosse Verstärkung liefern, um eine gute Empfindlichkeit zu geben;

c. er muss eine grosse Trennschärfe aufweisen um die Modulation durch die Komponenten des weissen Rauschen zu vermeiden;

d. er muss eine Bandbreite aufweisen die grösser ist als die des Messkanals.

5. 3. Der *Ueberlagerungsempfänger* wird ebenfalls beschrieben.

5. 4. *Ausgangsleistungsmesser.*

Dieses Messgerät verwendet einen Detektor mit einer quadratischen Charakteristik, der eine einfache Lösung mit einer genügenden Genauigkeit bei diesem engen Frequenzband gibt. Der konventionelle Stromkreis ist durch die Verwendung dreier Kristalle in Reihenschaltung statts einer Diode abgeändert, was eine quadratische Charakteristik in einem verhältnismässig grossen Spannungsbereich ergibt. Die Messung erfolgt immer durch Vergleich mit der Eingangsspannung. Eine Schutzschaltung ist gegen Ueberlastung des Messgerätes vorgesehen.

6. **Schlussfolgerung.**

Dieses Messprinzip ist einfach und gibt unzweideutige Resultate, die leicht ausgebeutet werden können. Der kräftige Bau ermöglicht den Einsatz des Gerätes ohne besondere Massnahmen.

KONTROLLE UND SORTIERGERÄT FÜR MASSENFERTIGUNG VON KLEINEN RINGFÖRMIGEN MAGNETKERNEN FÜR KERNSPEICHER

Von J. Riethmuller S. 156

Ferritelemente gehören zu den Elementen, die in den Speichern für Rechenmaschinen und ähnliche Geräte am meisten verbreitet sind. Diese Tatsache beruht auf ihrer Stabilität, auf ihrer Betriebssicherheit, auf ihren niedrigen Herstellungskosten und auf ihren kleinen Abmessungen.

Wegen des kritischen Herstellungsprozesses muss jeder Kern sorgfältig geprüft werden, bevor er verkauft bezw. in einnm Kernspeicher eingebaut wird.

Wenn diese Prüfung mit einem Sichtgerät ausgeführt wird, verlangt diese Prüfung eine Präzisionsausrüstung und einen ziemlich grossen Zeitaufwand mit geschulten Arbeitskräften.

Um die Herstellungskosten herabzusetzen, müssen die Hersteller von Magnetkernen auf ganz automatische Prüfverfahren zurückgreifen.

Dieser Aufsatz gibt einen Ueberblick über eine Prüfanlage mit Sichtgerät und automatischer Sortiereinrichtung, die von der Fa.CSF für die Fa.Cofelec entwickelt worden ist.

1. **Kontrolle und Sortierung der kleinen Ringkerne.**

Die Kontrolle wird derart vorgenommen, dass man an die Kerne eine geeignete Serie von Impulsen und Halbimpulsen von Aufsprech- und Leseströmen anlegt und dass man die Ansprechimpulse des Kernes misst.

Die Kontroll- und Sortierausrüstung besteht aus :

— einer Zu- und Abführvorrichtung für die Kerne;
— einem Impulsgenerator;
— einem Messgerät;
— einer « Logik », d. h. einer Vorrichtung zur Beuteilung der Messergebnisse;
— einer Sortiervorrichtung.

Für eine automatische Vorrichtung ist die Zu- und Abführvorrichtung mit der Sortiervorrichtung zu einer Maschine vereinigt. Das Messgerät misst die Amplitude und die Zeit und die Logik vergleicht die Messwerte und steuert die Sortiervorrichtung.

2. **CSF Anlage.**

Die von CSF entwickelte Anlage unterscheidet sich von den bekannten Geräten durch zwei kennzeichnende Daten : zunächst werden die Impulse nicht durch Elektronenröhren erzeugt, sondern mit Hilfe von Relais, die mit einem passiven Netzwerk verbunden sind. Das zweite Kennzeichen fusst auf folgender Bemerkung : das Messen eines Kernes geht viel schneller vor sich als das Zu- und Abführen und das Sortieren. Deshalb wurde ein « Multiplex »-Gerät entwickelt, bei dem der Impulsgenerator, das Messgerät und die Logik mit mehreren Sortierapparaten verbunden sindwoduch eine Preisermässigung bei gleicher Leistung erhalten wird.

Zwei Geräte wurden entwickelt : eins mit einer Handsortiervorrichtung fürs Labor und für Vorserien und eins mit automatischer Sortiervorrichtung für Grosserienherstellung, das noch durch Anbau weiterer Sortiervorrichtungen ausbaufähig ist.

3. **Handsortierapparat.**

Das Gerät besteht aus drei Hauptteilen; Kernsupport, Impulsgenerator und Oszilloskop.

4. **Kernhalter.**

Der Kernhalter ist von einem konventionellen Halter abgeleitet, mit geringen Änderung um die kleinen Restkupplungen auszuschalten. Widerstandskupplungen werden dadurch vermieden, dass der Halter eine koaxiale Struktur aufweist, was den von den ohmschen Verlusten verursachten « Sockel » der Hysteresisschleife gründlich ausschaltet. Induktive Kupplungen werden dadurch auf ein Minimum herabgesetzt, dass man die Fläche der Stromversorgungsschleife auf ein Mindestmass herabsetzt. Dies wird dadurch erreicht, dass man den Strom über den äusseren Leiter des koaxialen Dornes zuführt. Ein Spezialklemmzange bringt den Strom bis eng an den Ringkern heran. Die Windung, welche die induzierte Spannung misst, verwendet den inneren Leiter des koaxialen Dornes.

5. **Stromimpulsgenerator.**

Dieser Teil bildet eine Neuentwicklung. Es werden nicht sehr kurze Stromimpulse benötigt und man kann also viel längere Impulse verwenden als die, welche man üblich verwendet, vorausgesetzt, dass die Anstiegdauer des Stromes einen Bruchteil einer Mikrosekunde beträgt. Dies kann mit hochwertigen Relais (prellfreies Arbeiten!) und einer geregelten Stromquelle erhalten werden. Solche Relais sind heute erhältlich (Relais mit Quecksilber benetzten Kontakten der Western Electric oder von Clare). Da die Ansprechzeit der geregelten Stromquelle nicht vernachlässigbar klein ist, wird am Anfang des Impulses durch einen Tantal-Kondensator sehr grosser Kapazität Abhilfe geschaffen, während die Regelvorrichtung den Strom für die Restdauer des Impulses liefert. Ein Netzwerk dient dazu die Anstiegkurve des Impulses über einen wesentlichen Teil ihrer Länge linear zu gestalten, es dient ausserdem dazu Störoszillationen zu vermeiden.

Die Relais werden von einem elektronischen Zeitgeber gesteuert, mit dem man ein beliebiges Impulsprogramm steuern kann, bis zu einem Maximum von 24 Impulsen je Programm. Die Dauer der Impulse, die gleich der Dauer der Pausen ist, kann zwischen 1 Sek. und 1/200e Sek. eingestellt werden. Es sind drei Arbeitsweisen vorgesehen : Einzelauslösung der Impulse; Auslösung für ein komplettes Programm; automatische Wiederholung des Programmes.

Durch eine neuartige Vorrichtung ist es möglich den Oszilloskop nur durch einen bestimmten Impuls auszulösen, was bei zweideutigen Ergebnissen sehr zweckmässig ist.

6. **Automatische Sortiervorrichtung.**

Diese besteht aus :

— einer bis sechs Zu- und Abführvorrichtungen für die Ringkerne;
— einem Impulsgenerator;
— einer Amplitudenauswahlvorrichtung;
— einem Speicher und einer Multiplexeinheit.

7. **Automatische Kernzuführ- und Abführvorrichtung.**

Die Ringkerne werden von einem konventionellen Vibrationsband durch Nadeln aufgepickt, die sich am Ende von vier Dreharmen befinden, die Schrittweise um 1/4-Umdrehung gedreht werden. Die Messungen werden an den Kernen während den Pausen zwischen zwei Schritten vorgenommen. Dies wird dadurch erhalten, dass man die Nadeln zwischen zwei Paar Bürsten legt, welche die Impulse gemäss dem Programm den Kernen zuführen und die Sekundärströme der Kerne an das Messgerät weiterleiten.

Nachdem die Messung erfolgt ist, werden die Kerne an sechs Elektromagneten vorbeigeführt; einer davon ist gemäss den Messergebnissen aufmagnetisiert und der Kern bleibt daran haften. Sobald der Erregungsstrom abgeschaltet wird, fällt der Kern in ein Fach, das der Klasse der Kernes entspricht.

Statt einer teueren Hochleistungsmaschine werden mehrere einfache Vorrichtungen mit der elektronischen Multiplexvorrichtung zusammengeschaltet, welche den ganzen Vorgang steuert. Die Multiplexvorrichtung ist dadurch bedingt, dass die Messung sechs Mal so schnell als das Sortieren erfolgen kann, sodass während eines Sortiervorganges sechs Messvorgänge vorgenommen werden können.

8. **Impulsgenerator.**

Der Impulsgenerator ist ähnlich dem der Handsortiervorrichtung; er ist aber mit sechs umschaltbaren Ausgängen ausgestattet, an welche die sechs Sortiervorrichtungen angeschlossen sind.

Als Sicherheit gegen ein falsches Sortieren infolge von fehlerhaften Impulsen, wird jede Messung wiederholt und eine in der Auswahlvorrichtung vorgesehene Einrichtung sorgt dafür, dass nur die Messungen berücksichtigt werden, die zweimal dasselbe Ergebnis liefern.

9. **Messgerät.**

Dieses besteht aus :

— den Messverstärkern;
— den Amplitudenwählern;
— den Auswahlkreisen;

10. **Messverstärker.**

Für die Umschaltung der Messketten für den Anschluss der automatischen Sortiervorrichtungen werden Elektronenröhren verwendet. Die beiden Verstärkerketten — die eine für die Ablesung « Null » die andere für die Ablesung « Eins » — haben eine unterschiedliche Verstärkung, um die beiden Impulstypen auf denselben Pegel zu bringen. Sie sind durch eine stabilisierte Stromversorgung und durch eine starke Gegenkopplung stabilisiert. Eine automatische Weiche hält die eine Type von Impulsen von dem Verstärker der andern Type fern, um Störungen der Signale niedrigeren Pegels durch die höheren Pegels zu vermeiden.

11. **Amplitudenwähler.**

Diese Amplitudenwähler verwenden eine konventionelle Kippschaltung nach Schmidt mit modernen Röhren. Diese Kippschaltungen sprechen an, wenn die Amplitudengrenzen überschritten werden.

Der Ausgangsstrom wird dann durch « und » Tore geschickt, deren anderer Eingang je nach der Messung das Signal

— entweder vom Generator, bei Nullmessung;

— oder vom Ausgang eines gesperrten Generators, der einen Impuls liefert, dessen Dauer von einer Verzögerungsleitung mit örtlich zusammengefassten Konstanten bestimmt wird. Der gesperrte Generator wird durch das Schliessen des Quecksilberkontaktes des Ableserelais ausgelöst und durch eine Verzögerungsleitung mit verteilten Konstanten übertragen, welche die Messverzögerung bestimmt.

12. **Logik (Wahlschaltung).**

Die Ausgänge der Amplitudenwähler sind je an zwei in Kadaskade geschalteten binären Zählern angeschlossen, welche die Doppelmessung prüfen. Der Ausgang ist an eine Diodenmatrix für die Einteilung in Klassen angeschlossen. Diese Diodenmatrix teilt die Kerne je nach den Ablieseströmen für « Null » und « Eins » in sechs Klassen ein. Die vier ersten Klassen entsprechen den Kernen deren « Null » und « Eins » Ströme innerhalb der Toleranzen liegen. Die fünfte Klasse entspricht den Kernen deren Eigenschaften besser sind als die Spezifikationen verlangen, während die sechste dem Ausschuss entspricht. Das Sortieren wird dann von Stromtoren gesteuert, die von dem Generator einen Freigabeimpuls erhalten, damit sie nicht betätigt werden können, solange die Messung nicht erledigt ist und bevor die Sortiervorrichtung auf Null gebracht ist.

13. **Speicher und Multiplexeinheit.**

13. 1. *Speicher.*

Jede Sortiermaschine hat ihre Speichervorrichtung, die nicht mit dem Messgerät vereinigt werden kann, da mehrere Messungen vorgenommen werden, während eine Maschine die Kerne sortiert. Die Speichervorrichtung besteht aus fünf Thyratronröhren mit einem Relais im Anodenkreis.

Wenn man eine einzelne Sortiermaschine betrachtet, so sind die Gitter der fünf Thyratronröhren mit den fünf Ausgängen der Logik verbunden. Wenn eine Messung beendet ist, öffnet sich das Schreibtor, und das Thyratron, das der Güteklasse des Kernes entspricht wird ausgelöst.

13. 2. *Multiplexgerät.*

Wenn mehrere Sortiermaschinen angeschlossen sind, müssen zusätzliche Funktionen besorgt werden; um jedem Sortiergerät die Zeitdauer zu sichern, welche es braucht.

Speicher und Multiplexeinheit sind in einem gemeinsamen Einschub untergebracht; die Anlage umfasst sechs solche Einschübe für sechs Sortiermaschinen und einen Netzversorgungseinschub.

Dieser gemeinsame Einschub besorgt ebenfalls gewisse elektrische Prüfungen und gibt Alarm, wenn infolge einer Störung zwei Sortiergeräte gleichzeitig arbeiten. Eine andere Alarmvorrichtung wird bei Störung des Zuführungsgurtes ausgelöst.

14. **Prüfvorrichtungen.**

Verschiedene Prüfvorrichtungen sind vorgesehen um nachzuprüfen, dass die Ströme die korrekten Werte aufweisen.

Schlussfolgerung.

Die beschriebene Anlage ist so ausgelegt worden, dass sie eine grosse Stabilität aufweist, und nur sehr kurze Zeit für die Nachprüfung und Einstellung in Anspruch nimmt.

C. D. U. : 537.562

Propagation des ondes électromagnétiques dans les plasmas complètement ionisés résistifs, par J. M. Dolique.

Ann. Radioélect., nº 56, avril 1959, p. 107-141, 21 fig.

Après avoir rappelé quelques généralités sur les plasmas complètement ionisés et leurs différentes descriptions mathématiques, l'auteur établit dans une première partie les équations fondamentales du couplage champ-plasma par la méthode la plus élémentaire : celle de l'équation de transport. Il s'est efforcé de cerner très précisément les hypothèses et les simplifications qu'elles entraînent.

Les équations fondamentales établies dans cette première partie sont appliquées ensuite dans la deuxième partie à l'étude des principaux types d'ondes électromagnétiques ($\lambda > 1$ mm) susceptibles de se propager dans un plasma complètement ionisé (les ondes hydromagnétiques, qui participent du caractère électromagnétique, sont également examinées).

C. D. U. : 621.317 : 621.318.12 : 681-142

Appareillage de contrôle et classement en grande production des microtores à mémoire, par J. Riethmuller.

Ann. Radioélect., nº 56, avril 1959, p. 156-168, 10 fig.

Après avoir rappelé sommairement les principes des mémoires à tores magnétiques, l'auteur décrit les appareillages réalisés pour la Société Cofelec, en vue d'effectuer les essais des microtores en ferrite.

Ces appareillages permettent, l'un le contrôle visuel des caractéristiques des tores, l'autre leur classement automatique en six catégories.

Deux idées de base distinguent ces appareillages des réalisations connues : l'emploi de relais au lieu de tubes électroniques pour engendrer les impulsions de courant et le fonctionnement en multiplex (un seul ensemble électronique pour plusieurs machines électromécaniques). La cadence de classement automatique pourra atteindre quatre tores à la seconde.

C. D. U. : 621.317.4 : 621.396.65

Diaphonomètre à bruit blanc, type FD 692, par R. Grit et G. Levaillant.

Ann. Radioélect., nº 56, avril 1959, p. 142-155, 19 fig.

Après avoir rappelé les différents procédés qui peuvent être employés pour mesurer la qualité d'un faisceau hertzien à grand nombre de voies, les auteurs décrivent un appareillage de mesure qui utilise une tension de bruit blanc pour simuler le signal multiplex à transmettre; cette méthode permet de mesurer de façon précise le rapport signal/bruit + diaphonie en exploitation dans un canal téléphonique, pour une charge complète du faisceau.

*

U. D. C. : 621.317.4 : 621.396.65

White-noise cross-talk meter, Type FD 692, by R. Grit and G. Levaillant.

Ann. Radioélect., No. 56, April 1959, p. 142-155, 19 fig.

Having recalled the various processes which can be used for measuring the quality of a micro-wave link comprising a large number of channels, the authors describe measuring equipment using white-noise to simulate the multiplex signal to be transmitted; this method provides a high precision measurement of the ratio signal/noise plus cross-talk in a telephone channel, for a fully loaded link.

U. D. C. : 537.562

Propagation of electromagnetic waves in completely ionised resistive plasmas, by J. M. Dolique.

Ann. Radioélect., No. 56, April 1959, p. 107-141, 21 fig.

Having given a general summary on completely ionised plasmas and on their various mathematical descriptions, the author gives in the first part the fundamental field-plasma equations by the most elementary method : that of the transport equation. He has endeavoured to restrict very precisely the hypotheses and the simplifications they bring about.

The fundamental equations established in part 1 are then applied in part 2 to the study of the principal types of electromagnetic waves ($\lambda > 1$ mm) capable of being propagated in a completely ionised plasma (hydromagnetic waves, which are of the same character as electromagnetic waves, are also examined).

U. D. C. : 621.317 : 621.318.12 : 681-142

Memory core Control and sorting apparatus for quantity production, by J. Riethmuller.

Ann. Radioélect., No. 56, April 1959, p. 156-168, 10 fig.

After briefly recalling the principles of storage by magnetic toroïdal cores, the author describes apparatus developed for the Cofelec Company, for testing ferrite micro-toroïds.

Of these instruments one provides means for the visual control of core characteristics and the other automatically sorts them in six categories.

Two basic ideas distinguish these instruments from known designs : The use of relays instead of electron tubes for generating current pulses, and multiplex operation (one electronic system instead of several electromechanical machines).

The rate of automatic sorting can reach four cores per second.

D. K. : 537.562

Fortpflanzung der elektromagnetischen Wellen in total ionisierten Plasmen mit endlichem Leitwert, von J. M. Dolique.

Ann. Radioélect., Nr 56, April 1959, s. 107-141, 21 Abb.

Nach Erwähnung allgemeiner Angaben über die ganz ionisierten Plasmen und über ihre verschiedenen mathematischen Darstellungen stellt der Verfasser in einem ersten Teile die Grundgleichungen für die Kopplung Feld-Plasma durch das elementarste Verfahren auf, und zwar mit Hilfe der Ladungstransportgleichung. Dabei bleibt er stets bestrebt die Hypothesen und die daraus erwachsenden Vereinfachungen genauest zu umgrenzen.

Die in diesem ersten Teile aufgestellten Grundgleichungen werden dann in einem zweiten Teile für die Untersuchung der wichtigsten elektromagnetischen Wellen ($\lambda > 1$ mm) eingesetzt, die sich in ionisierten Plasmen fortpflanzen können (die hydraulisch-magnetischen Wellen, die eine gewisse Ähnlichkeit mit den elektromagnetischen Wellen aufweisen, werden hier ebenfalls untersucht).

D. K. : 62.317 : 621.318.12 : 681-142

Kontrolle und Sortiergerät für Massenfertigung von kleinen ringformigen Magnetkernen fur Kernspeicher, von J. Riethmuller.

Ann. Radioélect., Nr 56, April 1959, s. 156-168, 10 Abb.

Nach einer kurzen Angabe des Prinzip der Kernmagnetspeicher, beschreibt der Verfasser die Geräte, welche von der Fa. Cofelec zur Prüfung von Miniaturkernspeichern aus Ferrit entwickelt worden sind.

Eines dieser Geräte ermöglicht eine Kontrolle der Daten der Kernspeicher auf einer Sichtröhre, das andere ermöglicht die Einteilung in sechs Klassen.

Zwei grundlegende Prinzipe unterscheiden diese Geräte von den bisherigen : die Verwendung von Relais statt Elektronenröhren zur Erzeugung von Stromimpulsen und die Arbeitsweise in Multiplexbetrieb (eine einzige Elektroneneinheit für mehrere elektromechanische Geräte).

Das Tempo beim Auslesen der Kerne kann bis zu vier Stück/Sekunde betragen.

D. K. : 621.317.4 : 621.396.65

Nebensprechmessgerät für « weises » Rauschen Type FD 692, von R. Grit und C. Levaillant.

Ann. Radioélect., Nr 56, April 1959, s. 142-155, 19 Abb.

Nach Erwähnung der verschiedenen Verfahren zur Beurteilung der Güte einer Richtfunkverbindung mit grosser Kanalanzahl, beschreiben die Verfasser ein Messgerät, welches eine sogenannte « weisse » Rauschspannung verwendet, um das übertragene Multiplexsignal nachzubilden; durch dieses Verfahren ist eine genaue Messung des Verhältnisses Signal/Rauschspannung + Nebensprechspannung beim Betrieb eines Telephonkanals bei voller Auslastung der Richtfangstrecke vorzunehmen.

SOMMAIRE

Imp. GAUTHIER - VILLARS

55, Quai des Grands-Augustins, PARIS

154531

Dépôt légal, Imprimeur, 1959, n° 1323

Imprimé en France.

Gérant : L. P. BOULANGER.